

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Казанский государственный технологический университет»

Р.Ш. Хуснутдинов, В.А.Жихарев

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

І ЧАСТЬ

Учебное пособие

**Казань
КГТУ
2010**

УДК 517

ББК 22.1 ISBN 978-5-7885-0953-1

Р.Ш. Хуснутдинов

Математика для экономистов в примерах и задачах. Часть I. Учебное пособие/ Хуснутдинов Р.Ш., Жихарев В.А.- Казань: Изд.-во КГТУ, 2010, 264с.

Приведены необходимые теоретические сведения и формулы, даны решения типовых задач, приведены задачи для упражнений с пояснениями и ответами, а также варианты контрольных работ и расчетных заданий.

Предназначено для бакалавров, аспирантов и преподавателей вузов, а также для лиц, использующих экономико-математические методы в практической работе.

(Индекс учебной дисциплины – ЕН.1 математика)

Илл. 69, библиография - 7 названий.

Печатается по решению учебно-издательского совета Казанского государственного технологического университета.

Рецензенты: зав. кафедрой математического анализа ТГГПУ,

д.ф.-м.н., профессор *Мухлисов Ф.Г.*,

профессор каф. высшей математики КГАСУ *Семенов И.П.*

-ОГЛАВЛЕНИЕ

1. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ	4
1.1. Матрицы. Действия над матрицами	4
1.2. Транспонирование матриц	7
1.3. Определители. Теорема Лапласа. Основные свойства определителей	9
1.4. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы	12
1.5. Понятие обратной матрицы и ее вычисление	14
Задачи и упражнения	15
2. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	20
2.1. Основные определения	20
2.2. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера	21
2.3. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы	22
2.4. Решение систем уравнений методом Гаусса	23
2.5. Разрешенные системы. Преобразование Жордана	25
2.6. Приложение систем линейных уравнений к решению экономических задач	27
2.7. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики	30
2.8. Решение однородной системы линейных уравнений	32
2.9. Экономико-математическая модель линейного обмена	34
Задачи и упражнения	35
Варианты контрольной работы по темам «Матрицы и определители. Система линейных алгебраических уравнений»	37
3. ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ	40
3.1. Векторы в пространстве	40
1°. Основные определения	40
2°. Координаты вектора. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора	40
3°. Арифметические операции над векторами	41
4°. Деление отрезка в данном отношении	43

Задачи и упражнения	45
5°. Скалярное произведение двух векторов и его приложение в геометрии и механике	50
Задачи и упражнения	53
6°. Векторное произведение двух векторов	55
Задачи и упражнения	57
7°. Смешанное (векторно-скалярное) произведение векторов	59
Задачи и упражнения	60
3.2. Пространство n-мерных арифметических векторов	62
1°. Основные понятия.....	62
Задачи и упражнения	64
2°. Переход от одного базиса к другому. Формула преобразования координат	65
3°. Эвклидово пространство \mathcal{R}_n	67
Задачи и упражнения	70
3.3. Линейные операторы в конечномерных пространствах	72
1°. Преобразование матрицы оператора при преобразовании базиса	72
Задачи и упражнения	75
2°. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора	77
Задачи и упражнения	79
3°. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	80
Задачи и упражнения	82
4°. Квадратичные формы	82
Задачи и упражнения	84
Варианты контрольной работы по векторной алгебре	85
Типовое расчетное задание по теме «Линейная и векторная алгебра»	86
4. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	89
4.1. Прямая на плоскости	89
1°. Нормальный вектор прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору	89

2°. Общее уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.....	89
3°. Направляющий вектор прямой. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.	91
4°. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых ...	93
5°. Уравнение прямой в отрезках	94
6°. Уравнение отрезка прямой. Выпуклые множества и их свойства	96
Задачи и упражнения.....	98
4.2. Плоскость	102
1°. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости....	102
2°. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости	103
3°. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.....	104
4°. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей	104
5°. Уравнение плоскости в отрезках	105
Задачи и упражнения	106
4.3. Прямая в пространстве	107
1°. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми.....	107
2°. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой с плоскостью	109
Задачи и упражнения	115
4.4. Алгебраические кривые второго порядка	118
1°. Эллипс	119
2°. Гипербола.....	122
3°. Парабола	124
Задачи и упражнения.....	126

4.5. Полярная система координат на плоскости	128
1°. Связь между полярной и прямоугольной декартовой системами координат.....	128
Задачи и упражнения	131
4.6. Преобразование координатной системы	133
Задачи и упражнения	135
4.7. Приложения аналитической геометрии в решении экономических задач	136
1°. Линейная модель амортизации.....	136
2°. Линейная модель издержек. Точка безубыточности	136
3°. Законы спроса и предложения.....	138
Задачи и упражнения	141
Варианты контрольной работы по аналитической геометрии	145
Типовое расчетное задание по теме «Аналитическая геометрия»	148
5. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	151
5.1. Понятие множества. Действия над множествами	151
Задачи и упражнения	153
5.2. Элементы комбинаторного анализа: размещения, перестановки, сочетания	155
Задачи и упражнения	155
5.3. Определение функции и способы ее задания	156
5.4. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Монотонные функции	157
5.5. Основные элементарные функции. Сложные функции	158
Задачи и упражнения	159
5.6. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их сравнение	160
Задачи и упражнения	167
5.7. Второй замечательный предел. Число e. Натуральные логарифмы	169
Задачи и упражнения	171
5.8. Начисление процентов	174
Задачи и упражнения	176

5.9. Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва и их классификация	177
Задачи и упражнения	180
5.10. Производная и дифференциал функции	182
1°. Определение производной функции и ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали	182
2°. Основные правила дифференцирования. Таблица производных	185
3°. Дифференцирование сложной функции, обратной функции, функции, заданной параметрически и заданной неявно. Логарифмическая производная	186
Задачи и упражнения	188
4°. Дифференциал функции, его геометрический смысл и его свойства. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям	192
Задачи и упражнения	193
5°. Производные и дифференциалы высших порядков	194
Задачи и упражнения	196
5.11. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций	197
1°. Условия возрастания (убывания) функции. Точка экстремума функции	197
Задачи и упражнения	200
2°. Вогнутые и выпуклые функции. Точка перегиба. Необходимые и достаточные условия существования точки перегиба	200
3°. Вертикальные и наклонные асимптоты функции. Общее исследование функции и построение ее графика	202
Задачи и упражнения	205
5.12. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя	207
Задачи и упражнения	209
5.13. Применение математического анализа в экономике. Предельный анализ	210
1°. Производственная функция	210
2°. Средняя и предельная производительность труда	210
3°. Средняя и предельная фондоотдача	210

4°. Функция издержек	211
5°. Функции спроса, предложения, выручки (дохода) и прибыли	212
Задачи и упражнения	215
6°. Эластичность функции	217
7°. Эластичность некоторых экономических показателей	218
Задачи и упражнения	220
8°. Темпы возрастания и убывания функции.....	222
Задачи и упражнения	223
Варианты контрольной работы по дифференциальному исчислению	224
Типовое расчетное задание по теме «Дифференциальное исчисление»	227
Литература	236
Ответы.....	237
Оглавление.....	257