

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Кафедра вычислительных и программных систем
Кафедра дифференциальных уравнений
Кафедра теории функций и функционального анализа

Обработка информации в управляющих системах

*Методические указания
к лабораторным работам*

Часть I

Ярославль 2004

ББК В182я73
О 23
УДК 002:372.8

Составители **А.К. Карлин, А.Д. Пендюр, Н.А. Стрелков**

Обработка информации в управляющих системах. Часть I:
Метод. указания к лабораторным работам / Сост. А.К. Карлин,
А.Д. Пендюр, Н.А. Стрелков; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль, 2004. –
19 с.

Содержатся основные теоретические положения и предлагаются лабораторные работы для их усвоения и экспериментального подтверждения на программных моделях.

Указания предназначены для студентов, обучающихся по специальности 010200 Прикладная математика и информатика (дисциплина “Обработка информации в управляющих системах”, блок ДС), очной формы обучения. Могут быть использованы при выполнении расчетных, курсовых и дипломных работ.

Рецензент: кафедра теоретической информатики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова.

© Ярославский государственный университет, 2004
© А.К. Карлин, А.Д. Пендюр, Н.А. Стрелков, 2004

Лабораторная работа № 1

Дискретизация аналогового сигнала.

Теорема Котельникова – Найквиста

В данной работе предлагается создать модель, иллюстрирующую основные эффекты, возникающие при дискретизации аналоговых сигналов.

При обработке аналогового сигнала на ЭВМ он предварительно подвергается квантованию по времени и по уровню. Обычно квантование по уровню (обусловленное конечной разрядной сеткой ЭВМ) оказывает незначительное влияние в силу того, что разрядные сетки ЭВМ содержат достаточно большое число разрядов. Поэтому обычно при анализе учитывается только квантование по времени.

В результате квантования по времени из непрерывной функции $x(t)$, где t – непрерывное время, получаем решетчатую функцию $x^*[n]$, где $n = 0, 1, 2, \dots$ – безразмерное время. Соответственно, $t = nT$, где T – период дискретизации (см. рис. 1.1).

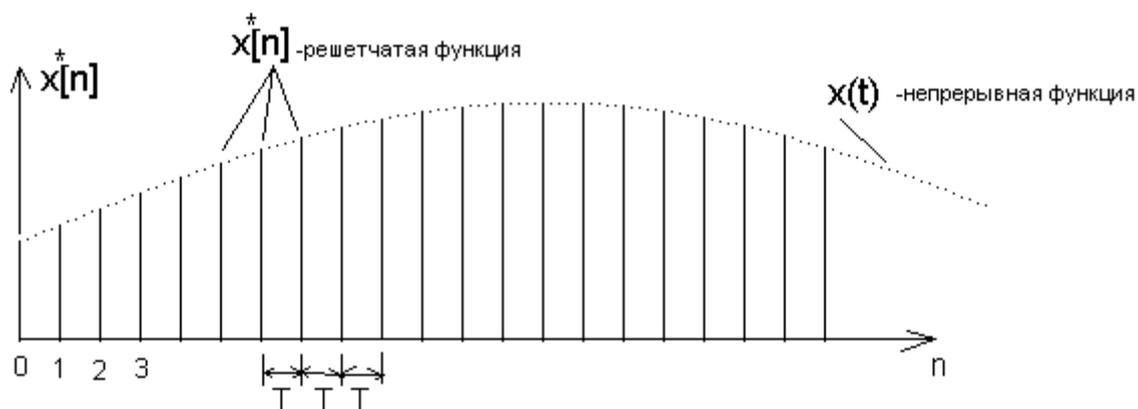


Рис. 1.1. Дискретизация аналогового сигнала (непрерывной функции)

Для теоретических приложений подразумевается идеальный дискретизатор, который можно представить как ключ, который замыкается с периодом T на очень короткое время. Этот процесс называют импульсной дискретизацией. Аналитически процесс получения $x^*[n]$ можно записать следующим образом:

$$x^*[n] = \sum_{t=-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - nT) ,$$

где $\delta(t)$ – δ – функция.

При решении практических задач дискретизации возникают следующие вопросы:

- из каких соображений выбирать интервал дискретизации T ;
- какова точность замены непрерывной функции дискретной;
- каков максимально допустимый интервал дискретизации;
- как восстановить непрерывный сигнал по известному дискретному.

Ответ на эти вопросы дает теорема Котельникова – Найквиста [1, с. 32 – 36; 3, с. 108 – 111].

Согласно теореме Котельникова-Найквиста любую непрерывную функцию $x(t)$, спектр которой содержит частоты от 0 до F_c (т.е. спектр ограничен частотой F_c и, соответственно, круговой частотой $\omega_c = 2\pi F_c$), можно с любой степенью точности представить отсчетами, следующими один за другим через интервалы времени $T = \frac{1}{2F_c}$.

При таком выборе интервалов дискретизации функция $x(t)$ однозначно представляется рядом особого вида, называемым рядом Котельникова – Найквиста:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[nT] \frac{\text{SIN}(2\pi F_c \cdot (t - nT))}{2\pi F_c \cdot (t - nT)} . \tag{1.1}$$

Разложение (1.1) определяет предельное (максимальное) значение интервала дискретизации T . Если для синусоиды с частотой F_c интервал дискретизации T больше, чем $\frac{1}{2F_c}$, то происходит преобразование частоты [5, с. 36-37]: амплитуда выходных импульсов будет изменяться с разностной частотой ω_p

$$\omega_p = |\omega_c - r \cdot \omega_0| , \tag{1.2}$$

где $\omega_c = 2\pi F_c$ – круговая частота непрерывной функции,

$\omega_0 = 2\pi/T_0$ – круговая частота квантователя (T_0 – интервал дискретизации);

r – ближайшее целое к ω_c / ω_0 .

Случай $\omega_c = r\omega_0$ (частота замыкания ключа (квантователя) совпадает или кратна частоте входной синусоиды) соответствует стробоскопическому эффекту, при котором объект, движущийся с частотой ω_c , кажется неподвижным.

Случай $\omega_c \neq r\omega_0$ соответствует стробоскопическому эффекту, при котором объект, движущийся с частотой ω_c , перемещается в ту или иную сторону с разностной частотой $|\omega_c - r \cdot \omega_0|$. В этом случае процесс импульсной дискретизации можно рассматривать как своеобразный преобразователь масштаба времени: периодические процессы высокой частоты преобразуются в периодические процессы низкой частоты с сохранением их формы.

Содержание работы

Разработать программную модель, позволяющую проиллюстрировать следующую ситуацию, и дать ответы на вопросы.

Камера снимает движущуюся тележку с частотой 25 кадров в секунду. Диаметр переднего колеса тележки r_1 , заднего – r_2 . На колеса нанесены различные рисунки (радиальная черта, диаметр и т.п. – в зависимости от варианта задания).

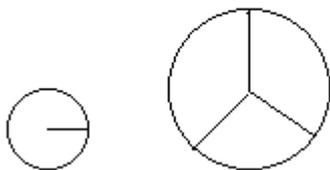
При какой скорости движения тележки кажущееся вращение колес будет:

- 1) соответствовать реальности;
- 2) направлено в разные стороны;
- 3) оба будут направлены в обратную сторону.

Варианты заданий:

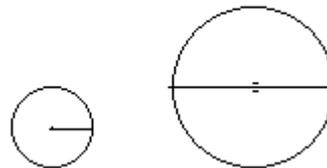
1) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:



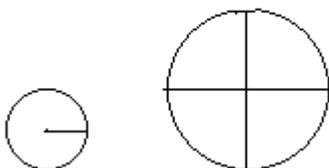
2) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:



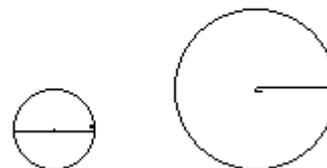
3) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:



4) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:



5) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:

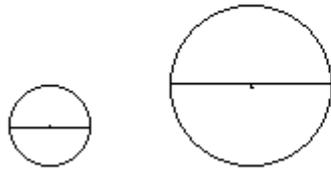
6) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:

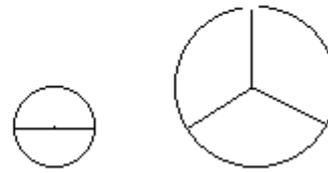
7) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:

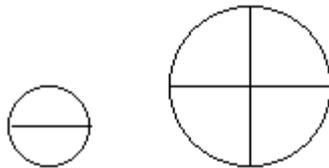
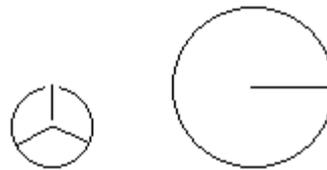
8) $r_1=0.5\text{м}$, $r_2=1.0\text{м}$

Рисунок:



При необходимости увеличения числа вариантов можно предложить те же рисунки при одинаковом размере колес: $r_1 = r_2 = 1.0 \text{ м}$

Лабораторная работа № 2

Фрактальное описание изображений

Целью данной лабораторной работы является ознакомление со способом фрактального описания изображений, являющегося перспективным способом сжатия информации.

В 1988 году известные специалисты в теории динамических систем и эргодической теории Барнсли и Слоан предложили некоторые идеи, основанные на положениях теории динамических систем для сжатия и хранения графической информации. Они назвали свой метод методом фрактального сжатия информации.

Суть кодирования кадра (двумерное черно-белое изображение) по Барнсли – Слоану сводится к следующему [4, с. 82 – 86]. Рассмотрим конечный набор сжимающих аффинных преобразований $S = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$. Такой набор называется аффинным коллажем. Отображением данного коллажа замкнутого ограниченного множества точек (т. е. точек, составляющих изображение кадра) является изображение, полученное в результате применения преобразований коллажа к каждой точке исходного изображения. Основной теоретический результат, из которого следует принципиальная возможность