

Математика

УДК 517.53

О МНОГОЧЛЕНАХ СОВМЕСТНОЙ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ,
СВЯЗАННЫХ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПУАССОНАВ. Н. Сорокин¹

Изучается обобщение ортогональных многочленов дискретной переменной, а именно многочленов Шарлье. Методом перевала получено предельное распределение их нулей.

Ключевые слова: многочлены Шарлье, метод перевала.

A generalization of orthogonal polynomials of discrete variable, namely, Charlier polynomials is studied. The limit distribution of their zeros is obtained by the saddle-point method.

Key words: Charlier polynomials, saddle-point method.

1. Многочлены Шарлье — это ортогональные многочлены дискретной переменной, связанные с распределением Пуассона. А именно обозначим через $\mu(a; x)$ дискретную меру, которая имеет массы $a^k/k!$ в целых неотрицательных точках $k \in \mathbb{Z}_+$. Эта мера зависит от параметра $a > 0$. Мы не используем вероятностную нормировку. Тогда многочлены Шарлье $Q_n(x)$ — это многочлены степени $n \in \mathbb{Z}_+$, удовлетворяющие соотношениям ортогональности

$$\int Q_n(x) x^m d\mu(a; x) = 0, \quad m = 0, \dots, n-1. \quad (1)$$

Соотношения (1) определяют многочлен $Q_n(x)$ единственным образом (с точностью до нормировки). Все нули этого многочлена вещественные положительные и по теореме Чебышёва–Маркова–Стилтьеса [1] разделены целыми неотрицательными точками, т.е. каждый отрезок $[k, k+1]$, где $k \in \mathbb{Z}_+$, содержит не более одного нуля многочлена. Эти многочлены были введены К. В. Л. Шарлье в монографии [2] и изучались К. Мейкснером (см. [3]).

В теории рациональных аппроксимаций аналитических функций [1] естественным образом возникает понятие многочленов совместной ортогональности, т.е. многочленов, удовлетворяющих соотношениям типа (1), но с различными мерами. Такие многочлены для классических непрерывных и дискретных мер имеют многочисленные приложения в различных областях математики. В работе мы изучаем два класса многочленов совместной ортогональности, обобщающих многочлены Шарлье.

(I) Пусть r — натуральное число. Зафиксируем параметры $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_r$. Определим меры $\mu_j(x) = \mu(a_j; x)$, $j = 1, \dots, r$, где $\mu(a; x)$ — рассмотренное выше распределение Пуассона. Для каждого целого неотрицательного числа n будем искать многочлен Q_n , такой, что

- 1) $Q_n \neq 0$;
- 2) $\deg Q_n \leq rn$;
- 3) выполняются соотношения ортогональности

$$\int Q_n(x) x^m d\mu_j(x) = 0, \quad m = 0, \dots, n-1, \quad j = 1, \dots, r. \quad (2)$$

Поскольку меры $\{\mu_j\}_{j=1}^r$ образуют АТ-систему Никишина [1], то условиями 1–3 многочлен Q_n определен единственным образом (с точностью до нормировки). Его степень в точности равна rn , а все нули вещественные положительные и разделены целыми неотрицательными точками. Будем называть эти многочлены *совместными многочленами Шарлье*.

(II) Пусть r — натуральное число. Зафиксируем параметр $a > 0$, а также параметры $0 \leq \beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_r < 1$. Определим целую функцию

$$G(z) = \frac{a^z}{\Gamma(1+z-\beta_1) \dots \Gamma(1+z-\beta_r)}, \quad z \in \mathbb{C}, \quad (3)$$

¹ Сорокин Владимир Николаевич — доктор физ.-мат. наук, проф. каф. теории функций и функционального анализа мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: vnsormm@mech.math.msu.su.

Вестник Московского университета

Серия 1 МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА

Издательство Московского университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в ноябре 1946 г.

№1 · 2015 · январь – февраль

Выходит один раз в два месяца

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

<i>Сорокин В. Н.</i> О многочленах совместной ортогональности, связанных с распределением Пуассона	3
<i>Потапов М. К., Симонов Б. В.</i> Связь между модулями гладкости в метриках L_p и C	8
<i>Степанова Е. И.</i> Дифференцирование по направлениям веса минимального заполнения на римановом многообразии	15
<i>Горохова И. В.</i> Лакунарные тауберовы условия для некоторого класса методов Вороного	20
<i>Графов Д. А.</i> О равносходимости разложений в тройной тригонометрический ряд и интеграл Фурье непрерывных функций с некоторым модулем непрерывности	25

Механика

<i>Вильке В. Г., Шаповалов И. Л.</i> Автоколебания в системе струна–смычок	34
<i>Емельянов А. Н.</i> Эффективные материальные функции слоистых композитов в линейной моментной теории упругости	40
<i>Жулидова А. А.</i> Моделирование силового взаимодействия при движении сферического сегмента по сферической поверхности с трением	45

Краткие сообщения

<i>Будревич М. В.</i> Достаточное условие конвертируемости матрицы над конечным полем	51
<i>Морозов Е. В.</i> О полных тестах относительно вытесняющих неисправностей входов схем	55
<i>Чирский В. Г.</i> Об арифметических свойствах ряда Эйлера	59
<i>Федосеев Д. А.</i> Бифуркационные диаграммы натуральных гамильтоновых систем на многообразиях Бертра	62
<i>Макаров А. В.</i> Описание всех минимальных классов в частично упорядоченном множестве \mathfrak{L}_2^3 всех замкнутых классов трехзначной логики, которые можно гомоморфно отобразить на двузначную логику	65
<i>Загрядский О. А.</i> Поверхности Бертра с псевдоримановой метрикой вращения	66
<i>Исраилов М. Ш.</i> Аналогия линейной цепочки атомов в сейсмодинамике подземного трубопровода	69

CONTENTS

Mathematics

<i>Sorokin V. N.</i> Mutual orthogonality polynomials associated with Poisson distribution	3
<i>Potapov M. K. and Simonov B. V.</i> Connection between moduli of smoothness in the metrics L_p and C	8
<i>Stepanova E. I.</i> Differentiation in directions of the minimal filling weight on a Riemannian manifold	15
<i>Gorokhova I. V.</i> Lacunary Tauberian conditions for some class of Voronoi methods	20
<i>Grafov D. A.</i> Equiconvergence of expansion in a triple trigonometric series and Fourier integral of continuous functions with a certain modulus of continuity	25

Mechanics

<i>Vil'ke V. G. and Shapovalov I. L.</i> Self-oscillations in the system string-bow	34
<i>Emel'yanov A. N.</i> Effective material functions of layer composites in the linear moment elasticity theory	40
<i>Zhulidova A. A.</i> Simulation of power interaction in movement of a spherical segment on a spherical surface with friction	45

Short notes

<i>Budrevich M. V.</i> Sufficient condition for matrix convertibility over a finite field	51
<i>Morozov E. V.</i> Complete tests for displacing faults of circuit entries	55
<i>Chirskii V. G.</i> Arithmetic properties of the Euler series	59
<i>Fedoseev D. A.</i> Bifurcation diagrams of natural Hamiltonian systems on Bertrand manifolds	62
<i>Makarov A. V.</i> Description of all minimal classes in a partly ordered set \mathfrak{L}_2^3 of all closed classes of the trinary logic which can be homomorphically mapped on a binary logic	65
<i>Zagryadskii O. A.</i> Bertrand surfaces with pseudo-Riemannian rotation metrics	66
<i>Israilov M. Sh.</i> An analog of atoms linear chain in seismodynamics of underground pipeline	69

To buy separate issues of "Moscow University Mathematics Bulletin" and "Moscow University Mechanics Bulletin" or subscribe to them one should refer to

Allerton Press Inc.
250 West 57th Street,
New York, USA, NY 10107.
Fax: 646-424-96-95