

УДК 519.6
ББК В162я73
С51

Смоленцев Н. К.
С51 Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 560 с.

ISBN 978-5-97060-764-0

Данная книга состоит из двух частей: теоретической и практической. В теоретическую часть включены сведения по преобразованию Фурье, фильтрам и разложению сигналов. Достаточно подробно излагается общая теория вейвлетов, включая вейвлеты с произвольным натуральным коэффициентом масштабирования и многомерные вейвлеты с матричным коэффициентом масштабирования, гармонические вейвлеты и мультивейвлеты.

Во второй, практической части книги существенно обновлена глава о возможностях Wavelet Toolbox MATLAB R2018b, которые включают теперь разложения на эмпирические моды EMD, процедуры для машинного и глубокого обучения, двумерного непрерывного вейвлет-преобразования и многие другие новые интересные процедуры. Существенно дополнен раздел о приложениях вейвлетов. В частности, излагается метод создания классифицирующей системы для сигналов ЭКГ, дано описание методов использования вейвлет-анализа для изучения ЭЭГ. Обсуждаются методы использования вейвлетов для выделения контуров изображений.

В последней главе книги показывается, как работать с вейвлет-анализатором MATLAB для изучения сигналов и изображений.

Книга предназначена для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям и специальностям, связанным с математикой, прикладной математикой и информационными технологиями, и будет полезна специалистам-практикам, использующим вейвлеты в своей работе.

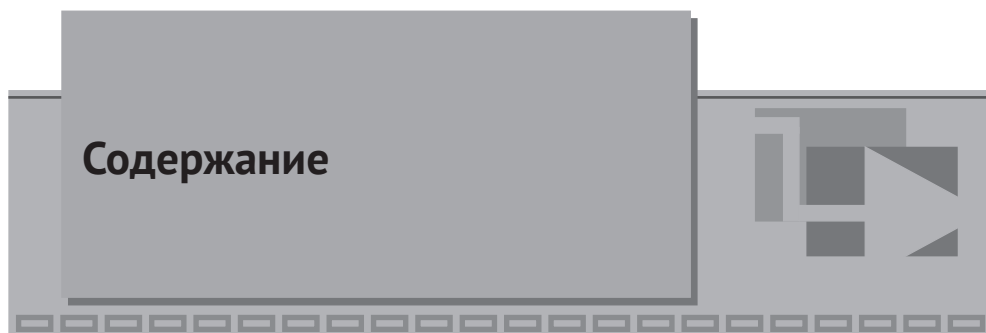
УДК 519.6
ББК В162я73

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-5-97060-764-0

© Смоленцев Н. К., 2019
© Оформление, ДМК Пресс, 2019



Предисловие.....	9
------------------	---

▼ Часть I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕЙВЛЕТОВ.....	12
------------------------------	----

▼ Глава 1

Преобразование Фурье и фильтры.....	13
1.1. Предварительные замечания.....	13
1.2. Ряды Фурье.....	14
1.3. Преобразование Фурье.....	18
1.3.1. Преобразование Фурье в $L^1(\mathbb{R})$	18
1.3.2. Преобразование Фурье в $L^2(\mathbb{R})$	19
1.3.3. Свойства преобразований Фурье.....	21
1.3.4. Примеры.....	23
1.3.5. Теорема Пэли-Винера.....	23
1.3.6. Преобразование Фурье экспоненциально убывающей функции.....	24
1.3.7. Формула суммирования Пуассона.....	25
1.3.8. Оконное преобразование Фурье.....	26
1.4. Преобразование Фурье дискретных сигналов.....	27
1.4.1. Дискретизация.....	27
1.4.2. Дискретное преобразование Фурье сигнала длины N.....	29
1.4.3. Преобразование Фурье числовой последовательности.....	32
1.4.4. Z-преобразование.....	35
1.5. Фильтры.....	35
1.5.1. Фильтрация непрерывных сигналов.....	35
1.5.2. Примеры фильтров.....	37
1.5.3. Цифровые фильтры.....	40
1.5.4. Примеры цифровых фильтров.....	41

4 Содержание

1.6. Разложение сигнала на низкочастотную и высокочастотную составляющие.....	42
1.6.1. Разложение идеальными фильтрами	43
1.6.2. Восстановление идеальными фильтрами.....	47
1.6.3. Общий случай.....	49
1.6.4. Примеры.....	54
1.6.5. Многоуровневый анализ сигналов.....	57

▼ Глава 2

Основы теории вейвлетов.....	59
2.1. Вейвлеты Хаара	59
2.1.1. Последовательность масштабированных подпространств	60
2.1.2. Операторы проектирования	62
2.1.3. Пространства вейвлетов	64
2.2. Масштабирующие функции	68
2.2.1. Примеры и общие свойства масштабировующих функций	68
2.2.2. Построение масштабировущей функции.....	71
2.3. Ортогональный кратномасштабный анализ.....	77
2.3.1. Ортогональное кратномасштабное разложение	78
2.3.2. Вейвлеты	81
2.3.3. О единственности порождающих функций	88
2.3.4. Неортогональный случай	90
2.3.5. Достаточные условия ортогональности	93
2.4. Вейвлет-преобразование.....	95
2.4.1. Вейвлет-разложение	95
2.4.2. Быстрое вейвлет-преобразование	99
2.4.3. Вопрос о начальных коэффициентах.....	100
2.4.4. Восстановление	102
2.4.5. Вейвлет-пакеты.....	103
2.5. Примеры кратномасштабного анализа и вейвлетов.....	108
2.5.1. Вейвлеты Шеннона–Котельникова	108
2.5.2. Вейвлеты Мейера	110
2.6. Вейвлеты Батла-Лемарье. В-сплайны	115
2.6.1. Вейвлеты на основе В-сплайна степени 1	116
2.6.2. В-сплайны	120
2.6.3. Сплайновые вейвлеты	122
2.7. Регулярность и нулевые моменты.....	125
2.8. Построение вейвлетов Добеши с компактным носителем.....	131
2.8.1. Построение функции $H_0(\omega)$	132
2.8.2. Симлеты	137
2.9. Койфлеты	139

2.10. Биортогональные вейвлеты.....	142
2.10.1. Мотивировка и определение	142
2.10.2. Условия на функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$	144
2.10.3. Построение функции $\tilde{\varphi}(x)$	146
2.10.4. Построение функций $\psi(x)$ и $\tilde{\psi}(x)$	148
2.10.5. Условия на коэффициенты	150
2.10.6. Симметричные биортогональные вейвлеты	150
2.10.7. Сплайны	151
2.11. Двумерные вейвлеты.....	154
2.11.1. Вейвлет-преобразование	158
2.12. Непрерывное вейвлет-преобразование.....	159
2.12.1. Непрерывное вейвлет-преобразование в одномерном случае	159
2.12.2. Многомерные обобщения непрерывного вейвлет-преобразования.....	162
2.13. Вейвлеты с коэффициентом масштабирования N	172
2.13.1. Масштабирующие функции	173
2.13.2. N -кратномасштабное разложение.....	174
2.13.3. Вейвлеты с коэффициентом масштабирования N	176
2.13.4. Вейвлет-преобразование.....	177
2.13.5. Разложение и восстановление в неортогональном случае	179
2.14. Примеры N -масштабирующих функций и вейвлетов	182
2.14.1. Вейвлеты Хаара с параметром сжатия N	182
2.14.2. Вейвлеты Шеннона с параметром сжатия N	185
2.14.3. Вырожденные масштабирующие функции и вейвлеты Кантора	188
2.14.4. Сплайновые масштабирующие функции.....	192
2.14.5. Вейвлеты на основе B -сплайнов	195
2.14.6. Кратные коэффициенты масштабирования.....	206
2.15. Построение ортогональных вейвлетов с компактным носителем для $N > 2$	210
2.15.1. Условия ортогональности	211
2.15.2. Построение матрицы частотных функций	213
2.15.3. Построение матрицы частотных функций в случае $N = 3$	216
2.15.4. Примеры масштабирующих функций и вейвлетов для $N = 3$	218
2.16. Многомерные вейвлеты с матричным коэффициентом масштабирования	223
2.16.1. Масштабирующие функции	224
2.16.2. A -кратномасштабное разложение	234
2.16.3. Вейвлеты с матрицей масштабирования	238
2.16.4. Вейвлет-преобразование	239
2.16.5. Разложение и восстановление	240
2.16.6. Построение вейвлетов с матрицей масштабирования	245
2.17. Гармонические вейвлеты	251

6 Содержание

2.17.1. Гармонические вейвлеты на R	251
2.17.2. Периодические гармонические вейвлеты	254
2.17.3. Дискретное гармоническое вейвлет-разложение	256
2.18. Мультивейвлеты	258

▼ Часть II

Вейвлеты в MATLAB	266
-------------------------	-----

▼ Глава 3

Функции вейвлет-анализа в MATLAB.....	267
3.1. Вейвлеты и банки фильтров в системе MATLAB	269
3.1.1. Вещественные и комплексные вейвлеты	269
3.1.2. Ортогональные и биортогональные банки фильтров	281
3.1.3. Построение вейвлетов. Лифтинг.....	286
3.2. Частотно-временной анализ.....	291
3.2.1. Непрерывное вейвлет-преобразование cwt	291
3.2.2. Q -постоянно адаптивные к данным и квадратичные частотно-временные преобразования.....	305
3.2.3. Многомасштабный анализатор сигнала.....	314
3.3. Дискретный вейвлет-анализ.....	317
3.3.1. Анализ одномерных сигналов.....	317
3.3.2. Анализ изображений.....	339
3.3.3. Трехмерный анализ	355
3.3.4. Анализ мультисигналов	359
3.4. Вейвлет-пакеты	366
3.5. Удаление шума и сжатие сигнала.....	378
3.5.1. Функции MATLAB для удаления шума и сжатия.....	379
3.5.2. Многовариантное удаление шума.....	389
3.5.3. Сжатие сигнала	398
3.6. Вейвлеты в машинном и в глубоком обучении	405
3.6.1. Вейвлет-рассеивание	406
3.6.2. Функции вейвлет-рассеивания времени	409
3.7. Тестовые сигналы в MATLAB	411
3.7.1. Одномерные тестовые сигналы	412
3.7.2. Изображения.....	412
3.7.3. Генерирование сигналов.....	413
3.8. Приложения вейвлет-анализа	416
3.8.1. Вейвлет-анализ кардиосигнала	416
3.8.2. Непрерывный вейвлет-анализ кордиосигнала	426

3.8.3. Удаление шума, компрессия и сглаживание кардиосигнала	433
3.8.4. Использование пакетных разложений	435
3.8.5. Высокочастотные вейвлет-компоненты кардиосигнала для задач классификации	441
3.8.6. Вейвлет-пакетное разложение ЭЭГ на основные частотные ритмы	450
3.8.7. Выделение контура объекта изображения	458

▼ Глава 4

Вейвлет-анализатор пакета Wavelet Toolbox	464
4.1. Просмотр вейвлетов	465
4.1.1. Просмотр вейвлетов	465
4.1.2. Просмотр пакетных вейвлетов	467
4.2. Продолжение сигналов и изображений (Extension)	468
4.3. Одномерный вейвлет-анализ	471
4.3.1. Одномерный вейвлет-анализ сигнала (Wavelet 1-D)	471
4.3.2. Одномерный пакетный вейвлет-анализ	480
4.3.3. Непрерывный вейвлет-анализ (Continuous Wavelet 1-D)	483
4.3.4. Комплексный непрерывный вейвлет-анализ (Complex Continuous Wavelet 1-D)	487
4.3.5. Непрерывный вейвлет-анализ на основе FFT	489
4.4. Специализированные средства одномерного вейвлет-анализа	493
4.4.1. Удаление шума стационарного одномерного сигнала (SWT De-noising 1-D)	494
4.4.2. Оценка плотности (Density Estimation 1-D)	498
4.4.3. Оценка регрессии (Regression Estimation 1-D)	502
4.4.4. Выбор вейвлет-коэффициентов сигнала (Wavelet Coefficients Selection 1-D)	505
4.4.5. Моделирование дробного броуновского движения (Fractional Brownian Generation 1-D)	507
4.4.6. Выполнение подгонки (Matching Pursuit 1-D)	508
4.5. Двумерный вейвлет-анализ	512
4.5.1. Двумерный дискретный вейвлет-анализ (Wavelet 2-D)	513
4.5.2. Двумерный пакетный вейвлет-анализ	515
4.5.3. Двумерное непрерывное вейвлет-преобразование	516
4.6. Специализированные средства двумерного вейвлет-анализа	519
4.6.1. Удаление шума изображения (SWT De-noising 2-D)	519
4.6.2. Выбор вейвлет-коэффициентов изображения (Wavelet Coefficients Selection 2-D)	520
4.6.3. Слияние двух изображений (Image Fusion)	522
4.6.4. Истинное сжатие с использованием вейвлетов (True Compression 2-D)	524

8 Содержание

4.7. Трехмерный вейвлет-анализ (Wavelet 3-D).....	528
4.8. Мультисигналы (Multiple 1-D)	532
4.8.1. Вейвлет-анализ мультисигнала.....	532
4.8.2. Многовариантное удаление шума (Multivariate Denoising).....	537
4.8.3. Многомасштабный анализ главных компонент	544
4.9. Проектирование вейвлетов для непрерывного вейвлет-преобразования (New Wavelet for CWT).....	547
Список литературы	550
Предметный указатель	557