Общая физика

УДК 535.14

Нарушение формул Френеля при отражении резонансного излучения от возбужденных сред

Б. А. Векленко

Показано, что при селективном отражении находящегося в квантовом когерентном состоянии резонансного излучения от возбужденных сред нарушается квантовая статистика первоначального излучения. Нарушение статистики проявляется на макроскопическом уровне. Как следствие, нарушаются формулы Френеля, что свидетельствует о неприменимости полуклассической теории излучения, оперирующей с неквантованным электромагнитным полем. Рассчитан коэффициент отражения от тонкой пленки, заполненной как термически возбужденной средой, так и средой с инверсной населенностью.

PACS: 11.15.Kc

Ключевые слова: отражение, квантовый, возбужденная среда, формулы Френеля.

Введение

В 1819 г. появились широко используемые и в настоящее время формулы О. Френеля [1], описывающие селективное отражение света от плоской границы раздела двух диэлектриков, занимающих полупространство. Нарушение этих формул, постулированное в 1871 г. Л. Рэлеем (Д. У. Стретт) [2], открыло новый этап в оптике, учитывающий флуктуационные явления в средах. Следующий этап следует датировать 1966 г., когда Ч. Дж. Коестером [3] экспериментально было обнаружено усиление света при отражении его от инверсно заселенной среды. Каждый из этих этапов вызывал теоретические споры. Работа Френеля появилась после критики его теории интерференции С. Пуассоном, обратившим внимание на предсказываемое теорией Френеля яркое пятно в области геометрической тени при дифракции лучей на непрозрачном диске, что в то время казалось нелепостью. Работа Л. Рэлея вызвала полемику между Л. Мандельштамом [4] и М. Планком [5]. Результаты Ч. Дж. Коестера не получили полного теоретического осмысления по настоящее время, но уже ясно, что здесь тоже нарушаются формулы О. Френеля.

Сразу после выхода работы [3] появилась идея построения оптического генератора на отражательном эффекте усиления, что повлекло за собой значительное число экспериментальных [6—9] и теоретических [10—18] исследований. Результаты теоретических исследований часто противоречили друг другу. Дело в том, что режим отражения от инверсно-населенных сред неустойчив и критически зависит от выбранных граничных условий. С одной стороны их можно подобрать так, что коэффициент отражения не сможет превышать единицу [14]. С другой — если полубесконечную среду аппроксимировать слоем конечной толщины L и затем устремить $L \to \infty$, то коэффициент отражения будет неограниченно возрастать [13]. Более реалистичными оказались модели, в которых инверсно-заселенным считается лишь пограничный слой вблизи границы раздела сред. Расчет таких моделей подытожен в работе [19], но и в этом случае количественного согласия теоретических расчетов с экспериментальными данными не возникает [16, 18]. Лазер на эффекте отражения был построен [20], но никакими явными достоинствами он не обладал. Интерес к предмету постепенно пропал, а вопрос о причинах расхождения теории и эксперимента остался.

Такое расхождение не удивительно, если учесть, что все теоретические исследования проводились на базе полуклассической теории излучения, оперирующей с неквантованным электромагнитным полем. Эта полуфеноменологическая теория удовлетворительно описывает генерацию лазеров за порогом генерации, но в вопросах отражения света не всегда согласуется с последовательной квантовой теорией [21], что можно показать следующим образом. Взаимодействие класси-

Векленко Борис Александрович, главный научный сотрудник.
Объединенный институт высоких температур.
Россия, 127412, Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2.
E-mail: VeklenkoBA@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 15 июля 2010 г.

ческого электромагнитного поля с веществом всегда определяется вектором поляризации [22], который в линейном приближении зависит от разности концентраций возбужденных молекул среды и молекул среды в основном состоянии. В условиях равенства концентраций взаимодействие света со средой исчезает. Следовательно, исчезает и отраженное излучение. Если мы будем интересоваться квантовой статистикой отраженного света, то при наличии граничных условий придется решать уравнение типа уравнения Скалли—Лэмба [23]. Но коэффициенты в этом уравнении не зависят от разности концентраций, и точка равенства концентраций ничем не выделена. Уравнение Скалли—Лэмба свидетельствует о том, что взаимодействие излучения с веществом существует при любых концентрациях. Следовательно, при любых концентрациях следует ожидать наличия селективно отраженного средой света. Отсюда следует нарушение формул Френеля, что в принципиальном отношении не может не вызывать интереса. Тем не менее, продолжают появляться работы [24], ставящие целью приспособить полуклассическую теорию излучения и формулы Френеля для описания отражения света от усиливающих сред.

В работе [25] было отмечено, что расхождение между полуклассической теорией излучения и последовательной квантовой теорией может носить не только количественный, но и качественный характер.

Уравнение Скалли—Лэмба для описания отражения света малопригодно, поэтому в работах [21, 25] был использован предложенный ранее метод Г-операторов, оперирующий с матрицей плотности ρ излучения в среде. При этом оказывается, что эта матрица разбивается на сумму $\rho = \rho^{(\tilde{n})} + \rho^{(n)}$ когерентной и некогерентной компонент. Когерентная компонента относительно легко рассчитывается с помощью волновых функций. Что касается некогерентной компоненты, то для ее расчета необходимо использование формализма матрицы плотности в полном объеме. Как правило, здесь мы сталкиваемся с неаналитичностью по заряду [25] и необходимостью выхода за рамки теории возмущений. Последнее обстоятельство чрезвычайно усложняет теорию, и вплоть до настоящего времени этот формализм в исследовании отражения света от инверсно-заселенных сред использовать не удалось. Другими словами, вопросы отражения света от инверсно-заселенной среды с помощью последовательной квантовой теории до сих пор не исследованы. Тем не менее, известно, что существенное расхождение этой теории и полуклассической теории излучения при расчете отраженного света проявляется уже для сред с малой степенью возбуждения [25].

В настоящей работе преодолевается указанная трудность и предлагается путь расчета, связанный с обхождением трудностей некогерентного канала рассеяния в методе Г-операторов. Таким образом, модифицированный метод Г-операторов (полуклассический) в техническом отношении оказывается практически равноценным полуклассической теории излучения и вместе с тем позволяет учесть квантовые свойства света и выйти за рамки термически возбужденных сред. Этот метод опирается только на волновые функции и позволяет получить в аналитическом виде количественные оценки для коэффициента отражения света от инверсно-населенных сред, явно не согласующиеся с результатами полуклассической теории излучения. Результаты расчетов допускают относительно несложную экспериментальную проверку.

Обоснование метода

Идея метода заключается в следующем. Пусть резонансное излучение отражается от границы раздела газ–вакуум. При этом среда в начальном состоянии описывается в представлении взаимодействия волновой функцией ψ_0. После процесса отражения волновая функция ψ системы "среда плюс электромагнитное поле" может быть разложена по полной системе волновых функций ψ_i атомов среды

$$\Psi = f_0\psi_0 + \sum_{i\neq 0} f_i\psi_i = f_0\psi_0 + \left(\Psi - f_0\psi_0\right).$$

Причем слагаемое с ψ_0 выписано отдельно. Из-за ортогональности волновых функций атомов скалярное произведение равно нулю

$$\left\langle f_0\psi_0 \middle| \Psi - f_0\psi_0 \right\rangle = 0\,.$$

Предположим, что рассеиваемый свет находится в квантовом когерентном состоянии с отличным от нуля значением $\left\langle \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right\rangle \neq 0$ электрической напряженности в любой точке пространства $\mathbf{r}$ в момент времени t. Нас интересует квантовое среднее от оператора $\hat{\mathcal{E}}^{\nu}$ в отраженном свете

$$\begin{aligned}\left\langle \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right\rangle &= \left\langle \Psi \middle| \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| \Psi \right\rangle = \left\langle f_0\psi_0 \middle| \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| f_0\psi_0 \right\rangle + \\ &+ \left\langle \Psi - f_0\psi_0 \middle| \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \middle| \Psi - f_0\psi_0 \right\rangle = \mathcal{E}^{\nu(c)} + \mathcal{E}^{\nu(n)}\end{aligned}. \quad (1)$$

Будем говорить, что первое слагаемое в правой части (1) описывает когерентный канал рассеяния, при котором среда возвращается после рассеяния в исходное (в том числе трансляционное) квантовое состояние. Второе слагаемое правой части (1) описывает некогерентные процессы рассеяния, при которых квантовое состояние среды изменяется. К таким процессам относится комптоновское рассеяние, комбинационное рассеяние и, что очень важно, вынужденное излучение света. Отсутствие в настоящей задаче трансляционной инвариантности видоизменяет традиционную трактовку вынужденного излучения, сохраняя его характерную черту — изменение внутреннего квантового состояния рассеивателя. Еще раз подчеркнем, что когерентное рассеяние Гейзенберга—Крамерса и вынужденное излучение света описываются разными каналами рассеяния. Это означает, что при рассеянии средой с невозбужденными атомами первое слагаемое дает френелевское рассеяние, а второе — диффузное, связанное с доплеровским изменением частоты на движущихся атомах. Если же в среде находятся возбужденные атомы, то из-за процессов вынужденного излучения избежать учета некогерентного канала рассеяния даже при исследовании лишь селективного отражения не удается. В целом, наблюдаемая напряженность $\left\langle \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \right\rangle$, т. е. левая часть (1), может быть найдена независимо с помощью полуклассической теории излучения, если отвлечься от флуктуационных оптических процессов и их влияния на $\left\langle \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \right\rangle$. Область применимости полуклассической теории излучения чрезвычайно обширна, но это вовсе не означает, что $\left\langle \hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) \right\rangle$ определяет собой и билинейные характеристики поля.

Пусть нас интересуют энергетические характеристики электромагнитного поля, выражаемые через нормальное произведение операторов $\left\langle \hat{N}\left(\hat{\mathcal{E}}^{\nu}\right)^2 \right\rangle$. Эту величину снизу можно оценить следующим образом. Воспользуемся тем, что в представлении взаимодействия имеем выражение:

$$\hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t) = i\sum_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{\frac{\hbar ck}{2V}}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}-ickt} - \hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}e^{-i\mathbf{kr}+ickt}\right),$$

где $\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}$ и $\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}$ — операторы уничтожения и рождения фотонов в состоянии с волновым вектором $\mathbf{k}$ и индексом поляризации λ. Эти операторы удовлетворяют стандартным перестановочным соотношениям

$$\left[\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda};\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right] = \delta_{\mathbf{kk}'}\delta_{\lambda\lambda'}.$$

Электромагнитное поле считается поперечным $\lambda = 1,2$. Через $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}$ обозначены единичные векторы линейной поляризации, V — объем квантования. Поскольку операторы $\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}$ и $\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}$ взаимно сопряжены, то

$$\left\langle \sum_{\mathbf{k}'\lambda'} e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\sqrt{k'}\left(\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'} - \left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle\right)\sum_{\mathbf{k}\lambda} e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}\sqrt{k}\times \right.$$
$$\left. \times\left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda} - \left\langle\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\right)\; e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}-ic(k-k')t} \right\rangle \geq 0.$$

Отсюда

$$\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\,\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}-ic(k-k')t} \geq$$
$$\geq \sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}-ic(k-k')t}.$$

Если электромагнитное поле обладает характерной частотой ω_0 и характерной длиной волны $\lambda\!\!\!^{-}_0$ и нас интересуют масштабы времен и расстояний, существенно превышающие $1/\omega_0$ и $\lambda\!\!\!^{-}_0$, то справедливым оказывается неравенство

$$\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\,\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}-ic(k-k')t} +$$
$$+\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+ic(k-k')t} >>$$
$$>>\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\mathbf{r}-ic(k+k')t} +$$
$$+\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\mathbf{r}+ic(k+k')t}.$$

Теперь нетрудно видеть, что

$$\left\langle \hat{N}\left(\hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right)^2\right\rangle \approx \sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'}\frac{\hbar c}{V}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\times$$
$$\times\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+ick(t-t')} \geq$$
$$\geq \sum_{\mathbf{k}\lambda}\frac{\hbar c}{V}\sqrt{kk'}e^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda}e^{\nu}_{\mathbf{k}'\lambda'}\left\langle\hat{\alpha}^{+}_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle\left\langle\hat{\alpha}_{\mathbf{k}'\lambda'}\right\rangle\times$$
$$\times e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}+ick(t-t')} \approx \left\langle\hat{\mathcal{E}}^{\nu}(\mathbf{r},t)\right\rangle^2.$$

Таким образом, $\left\langle\hat{\mathcal{E}}^{\nu}\right\rangle$ дает возможность оценить снизу искомую $\left\langle \hat{N}\left(\hat{\mathcal{E}}^{\nu}\right)^2\right\rangle$. Справедливость полученного неравенства не зависит от того конкретного состояния, по которому производится квантовое усреднение и не связано с теорией возмущений. Но если это неравенство применить к каждому слагаемому правой части представления

$$\left\langle\hat{N}(\hat{\mathcal{E}}^{\nu})^2\right\rangle = \left\langle f_0\psi_0\right|\hat{N}(\hat{\mathcal{E}}^{\nu})^2\left|f_0\psi_0\right\rangle +$$
$$+\left\langle\Psi - f_0\psi_0\right|\hat{N}(\hat{\mathcal{E}}^{\nu})^2\left|\Psi - f_0\psi_0\right\rangle,$$

то найдем, что