

А

ОБЪ ОТНОШЕНИИ
ДВУХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ,

РАСПРОСТРАНЕННЫХЪ НА ОДНѢ И ТѢ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ
ПЕРЕМѢННОЙ.

—
П. ЧЕБЫШЕВА.

—
Читано въ засѣданіи Физико - Математическаго Отдѣленіи Императорской
Академіи Наукъ 23 декабря 1882 года.

—
ПРИЛОЖЕНИЕ КЪ XLIV-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМП. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 2.

—
САНКТПЕТЕРБУРГЪ, 1883.

—
ПРОДАЕТСЯ У КОМИСИОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С.П.Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Эггерса и Комп., въ С.П.Б.

—
Цѣна 15 коп.

А

ОБЪ ОТНОШЕНИИ
ДВУХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ,

РАСПРОСТРАНЕННЫХЪ НА ОДНѢ И ТѢ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ
ПЕРЕМѢННОЙ.

П. ЧЕБЫШЕВА.

Читано въ засѣданіи Физико - Математическаго Отдѣленіи Императорской
Академіи Наукъ 23 декабря 1882 года.

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪ XLIV-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМП. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 2.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ, 1883.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИССИОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С.П.Б.

Эггерса и Комп., въ С.П.Б.

И. Киммеля, въ Ригѣ.

Цена 15 коп.

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, Февраль, 1883 года.

Непремѣнный Секретарь, Академикъ *К. Веселовскій*.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
(Вас. Остр., 9 лин., № 12.)

ОБЪ ОТНОШЕНИИ ДВУХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ, РАСПРОСТРАНЕННЫХЪ НА ОДНѢ И ТѢ-ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ ПЕРЕМѢННОЙ.

§ 1. Отношеніе двухъ интеграловъ

$$\frac{\int Y u dx}{\int Y v dx},$$

распространенныхъ на однѢ и тѢ-же величины x и заключающихъ подъ знаками своими дифференціалы съ одинакимъ множителемъ Y , мѣняется болѣе или менѣе при измѣненіи этого множителя.

Мы теперь покажемъ какъ найдутся предѣлы, ограничивающіе эти измѣненія, когда общій множитель Y остается полиномомъ степени не выше n . При этомъ мы будемъ предполагать, что полиномъ Y и функція v сохраняютъ однѢ и тѢ-же знаки въ предѣлахъ интегрированія, условіе необходимое для того, чтобы отношеніе

$$\frac{\int Y u dx}{\int Y v dx}$$

не принимало всѣхъ величинъ отъ $-\infty$ до $+\infty$. Для упрощенія нашихъ формулъ, мы будемъ предполагать, что интегралы

$$\int Y u dx, \quad \int Y v dx$$

приведены къ такому виду, что предѣлы ихъ суть $x = -1$, $x = +1$, и что знакъ, сохраняемый по положенію переменнымъ полиномомъ Y и функціею v въ предѣлахъ интегрированія, есть $+$.

§ 2. Приступая къ опредѣленію въ сдѣланныхъ нами предположеніяхъ предѣльныхъ величинъ отношенія

$$\frac{\int_{-1}^{+1} Y u dx}{\int_{-1}^{+1} Y v dx},$$

мы теперь докажемъ, что наибольшая и наименьшая величины этого отношенія получаются при величинахъ полинома Y , удовлетворяющихъ такому уравненію:

$$Y = (1+x)^{\rho} (1-x)^{\rho_0} Z^2,$$

гдѣ $\rho = 0$ или 1 ; $\rho_0 = 0$ или 1 , а Z есть полиномъ нѣкоторой степени.

Для доказательства этого пусть будетъ

$$Y = Y_0$$

та величина полинома Y , при которой, въ сдѣланныхъ нами предположеніяхъ, отношеніе

$$\frac{\int_{-1}^{+1} Y u dx}{\int_{-1}^{+1} Y v dx}$$

достигаетъ высшаго или нисшаго предѣла. Такъ какъ полиномъ Y_0 не долженъ мѣнять своего знака между $x = -1$ и $x = +1$, всѣ корни уравненія

$$Y_0 = 0$$

превосходящіе -1 и меньшіе $+1$ должны быть кратными и