

ББК 22.11Я73

А 90

А 90 Асланов Р. М., Ли О. В., Мурадов Т. Р. *Математический анализ. Краткий курс. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений.* — М.: Прометей, 2014. — 284 с.

Учебное пособие посвящено основам математического анализа. Значительное внимание уделено прикладным аспектам математического аппарата интегрального и дифференциального исчисления, рядов, функции нескольких переменных с применением систем компьютерной математики.

Теоретический материал иллюстрирован большим количеством задач и примеров.

Данное пособие полностью соответствует действующим программам, может быть рекомендовано студентам математических, физико-математических факультетов университетов и академий, преподавателям, читающим лекции по курсу высшей математики, математического анализа, а также всем, кто интересуется математикой и ее приложениями.

Рецензенты:

Академик РАО, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теории информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета **И.И. Баврин**

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа и методики преподавания математики Московского городского педагогического университета, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования **А. Г. Мордкович**

ISBN 978-5-99058886-5-3

© Р. М. Асланов, О. В. Ли, Т. Р. Мурадов, 2014

© Издательство «Прометей», 2014

Оглавление

Введение.....	3
Модуль 1. Введение в анализ.....	6
§1. Основные определения и понятия.....	6
Числовые множества и их свойства.....	6
Расширенное множество действительных чисел.....	9
Модуль действительно числа и его свойства.....	11
Верхняя и нижняя грань числовых множеств.....	11
Функция: определение и основные понятия.....	13
§2. Предел числовой последовательности.....	18
Основные определения и теоремы.....	18
Монотонные последовательности.....	24
Число e (число Эйлера).....	26
Подпоследовательности.....	28
§3. Предел функции.....	30
Основные определения.....	30
Основные теоремы о пределах функций.....	32
Односторонние пределы функции.....	35
Бесконечно малые функции и их свойства.....	37
§4. Непрерывные функции.....	40
Основные определения и свойства.....	40
Точки разрыва и их классификация.....	42
Свойства функций, непрерывных на отрезке.....	44
§5. Основные элементарные функции и их свойства.....	46
Степенная функция.....	46
Показательная функция.....	47

Логарифмическая функция.....	48
Общая степенная и показательно-степенная функции.....	50
Тригонометрические функции.....	51
Пределы, связанные с числом e	53
Модуль 2. Дифференциальное исчисление.....	54
§1. Задачи, приводящие к понятию производной.....	54
Задача о нахождении скорости движения материальной точки.....	54
Задача о нахождении касательной к кривой.....	55
§2. Производная и дифференциал.....	56
Основные определения и понятия.....	57
Геометрический смысл производной.....	60
Основные правила вычисления производной.....	61
Производные и дифференциалы высших порядков.....	64
Основные теоремы дифференциального исчисления.....	66
Правило Лопиталя.....	70
Формула Тейлора.....	73
§3. Применение производных к исследованию функций и построению графиков.....	78
Исследование функций на возрастание и убывание.....	78
Экстремумы функции.....	80
Выпуклость функции.....	83
Точки перегиба.....	86
Асимптоты.....	89
Модуль3. Интегральное исчисление.....	91
§1. Первообразная и неопределенный интеграл.....	91
Основные определения.....	91
Свойства неопределенного интеграла.....	94

Интегрирование рациональных функций.....	96
Интегрирование простейших иррациональностей.....	100
Интегрирование тригонометрических функций.....	101
§2. Определенный интеграл.....	104
Основные определения.....	104
Свойства определенного интеграла.....	105
Интеграл с переменным верхним пределом.....	110
§3. Приложения определенного интеграла.....	114
Длина дуги плоской кривой.....	114
Площадь криволинейной трапеции.....	115
Объем тела вращения.....	116
§4. Несобственные интегралы.....	118
Несобственные интегралы 1-го рода.....	118
Несобственные интегралы 2-го рода.....	121
Модуль 4. Ряды.....	123
§1. Числовые ряды.....	123
Основные определения и понятия.....	123
Свойства сходящихся рядов.....	126
Ряды с неотрицательными членами.....	129
Признаки сходимости Даламбера и Коши.....	132
Знакопеременные ряды.....	135
Абсолютно сходящиеся ряды.....	138
§2. Функциональные ряды.....	139
Основные определения и понятия.....	139
Степенные ряды.....	142
Разложение функции в степенной ряд.....	149
Модуль 5. Функции нескольких переменных.....	154
§1. Область определения и график функции нескольких	

переменных.....	154
§2. Предел функции.....	157
§3. Частные производные. Дифференциал функции.....	159
§4. Частные производные сложной функции.....	161
§5. Частные производные и дифференциалы высших порядков.....	163
§6. Производная по направлению. Градиент.....	166
§7. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	167
§8. Экстремумы функции нескольких переменных.....	169
§9. Наибольшее и наименьшее значения функции.....	170
§10. Двойные интегралы и их приложения.....	172
Вычисление двойных интегралов.....	175
Замена переменных в двойном интеграле.....	178
Геометрические приложения двойных интегралов.....	180
§11. Криволинейные интегралы.....	184
Вычисление криволинейного интеграла.....	185
Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.....	187
Модуль 6. Применение систем компьютерной математики в математическом анализе	190
Лабораторная работа №1.....	190
Вычисление определенного интеграла.....	190
Лабораторная работа №2.....	195
Вычисление определенного интеграла заменой переменной.....	195
Лабораторная работа №3.....	198
Вычисление определенного интеграла интегрированием по частям.....	198

Лабораторная работа №4.....	202
Интегрирование рациональных функций.....	202
Лабораторная работа №5.....	211
Интегрирование иррациональных функций.....	211
Лабораторная работа №6.....	217
Вычисление длины дуги плоской кривой.....	217
Лабораторная работа №7.....	227
Вычисление площадей плоских фигур.....	227
Лабораторная работа №8.....	239
Вычисление площади поверхности тела.....	239
Лабораторная работа №9.....	252
Вычисление объема тела	252
Итоговые контрольные работы.....	270
Контрольная работа № 1.....	270
Контрольная работа № 2.....	271
Контрольная работа № 3.....	272
Контрольная работа № 4.....	273
Контрольная работа № 5.....	274
Литература.....	277