УДК 536.24

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОГОРАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

К. Б. Галицейский

Московский авиационный институт (государственный технический университет), 125993 Москва
heat@mail.ru

Численно исследован процесс теплообмена высокоскоростной недорасширенной турбулентной струи. Определены профили основных газодинамических и тепловых параметров: скорости, температуры, концентрации компонентов газовой смеси. Исследован процесс догорания высокоскоростной струи в воздухе. Установлены основные параметры, влияющие на этот процесс.

Ключевые слова: моделирование, химические реакции, догорание, струя, турбулентность.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа направлена на разработку моделирования процесса догорания сверхзвуковых струй. Современные силовые установки, в частности реактивные двигатели, как правило, работают при коэффициенте избытка окислителя меньше единицы. В соплах таких двигателей продукты горения сильно охлаждаются, в результате чего их состав замораживается. Это приводит к тому, что в выхлопной струе силовых установок может произойти догорание выхлопных газов, частично за счет окислителя струи, но в основном за счет кислорода воздуха.

В настоящей работе для моделирования процесса истечения турбулентного высокоскоростного химически реагирующего струйного потока использована параболизованная система уравнений тепло- и массообмена.

1. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ

Основной особенностью истечения сверхзвуковой струи является наличие сложной системы разрывов: присоединенный, висячий, центральный отраженный скачки уплотнения. Истечение таких струй неизобарическое, что существенно усложняет процесс расчета. Для моделирования сверхзвукового осесимметричного струйного потока используется математическая модель, основанная на следующих допущениях:

— в осесимметричной сверхзвуковой турбулентной струе имеет место локальная изотропная турбулентность;

— турбулентное число Шмидта Sc_t постоянно для всех компонентов;

— турбулентные числа Прандтля (Pr_t) и Шмидта равны единице.

При принятых допущениях с достаточной степенью точности для расчета сверхзвуковых турбулентных струй можно использовать параболизованную систему уравнений тепло- и массообмена [1]. Эту систему уравнений для стационарного течения многокомпонентной смеси, состоящей из ν элементов и n компонентов, между которыми протекают химические реакции, можно представить в следующем виде [2]:

уравнение количества движения в проекции на ось X:

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\mu_t\frac{\partial u}{\partial y}\Big), \qquad (1)$$

уравнение количества движения в проекции на ось Y:

$$\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{4}{3}\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\mu_t\frac{\partial v}{\partial y}\Big), \qquad (2)$$

уравнение энергии:

$$\rho u\frac{\partial I_0}{\partial x}+\rho v\frac{\partial I_0}{\partial y}=\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\frac{\mu_t}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial I_0}{\partial y}\Big), \qquad (3)$$

уравнение неразрывности для смеси:

$$\frac{\partial}{\partial x}(y^j\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(y^j\rho v)=0, \qquad (4)$$

уравнение диффузии для $\nu-1$ элементов:

$$\rho u\frac{\partial C_\tau}{\partial x}+\rho v\frac{\partial C_\tau}{\partial y}=\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\frac{\mu_t}{\mathrm{Sc}}\frac{\partial C_\tau}{\partial y}\Big), \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{\nu}C_\tau=1 \quad (\tau=1,2,\ldots,\nu-1),$$

уравнение диффузии для $n-\nu$ компонентов:

$$\rho u\frac{\partial C_k}{\partial x}+\rho v\frac{\partial C_k}{\partial y}=\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\frac{\mu_t}{\mathrm{Sc}}\frac{\partial C_k}{\partial y}\Big)+w_k \qquad (6)$$

$$(k=1,2,\ldots,n-\nu).$$

Здесь ρ — плотность; u, v — проекции скорости вдоль осей X, Y; ν — количество элементов; n — число компонентов; для плоской струи $j=0$, для осесимметричной струи $j=1$; C_τ — концентрация элементов смеси; $I_0=\sum\limits_{k=1}^{n}C_kI_k+\dfrac{u^2}{2}+\dfrac{v^2}{2}$ — полная энтальпия смеси; C_k — концентрация компонентов смеси; $I_k=i_k+h_k$ — полная энтальпия k-го компонента, где $i_k=\int\limits_{T_0}^{T}c_{p,k}dT$ — термодинамическая энтальпия k-го компонента, h_k — теплота образования k-го компонента, $c_{p,k}$ — удельная теплоемкость k-го компонента.

Турбулентная вязкость смеси μ_t согласно $(k-\varepsilon)$-модели турбулентности определяется из соотношения

$$\mu_t=C_\mu\rho K^2/\varepsilon, \qquad (7)$$

где кинетическая энергия K и скорость диссипации турбулентных пульсаций ε определялись из решения дифференциальных уравнений [3, 4]

$$\rho u\frac{\partial K}{\partial x}+\rho v\frac{\partial K}{\partial y}=\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial K}{\partial y}\Big)+ \\ +\mu_t\Big(\frac{\partial u}{\partial y}\Big)^2-(1+C_\alpha\mathrm{M}_t)\rho\varepsilon, \qquad (8)$$

$$\rho u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+\rho v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=\frac{1}{y^j}\frac{\partial}{\partial y}\Big(y^j\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\Big)+ \\ +\frac{\varepsilon}{k}\Big[C_{\varepsilon1}\mu_t\Big(\frac{\partial u}{\partial y}\Big)^2-C_{\varepsilon2}\rho\varepsilon\Big]. \qquad (9)$$

Здесь эмпирические константы равны: $C_\mu=0.09$; $C_{\varepsilon1}=1.44$; $C_{\varepsilon2}=0.92$; $C_\alpha=0.2$; $\sigma_k=1$; $\sigma_\varepsilon=1.3$.

В отличие от стандартной $(k$–$\varepsilon)$-модели турбулентности в данной модели учтено влияние сжимаемости на турбулентные характеристики струи посредством введения в уравнение для кинетической энергии турбулентных пульсаций дополнительного члена $C_\alpha\mathrm{M}_t\rho\varepsilon$, где $\mathrm{M}_t=\sqrt{K}/a$ — турбулентное число Маха, a — скорость звука. Этот член характеризует изменение кинетической энергии турбулентных пульсаций вследствие генерации и последующей диссипации акустических колебаний в турбулентной сжимаемой среде.

Для замыкания данной системы уравнений необходимо дополнить ее уравнением сохранения массы компонентов газовой смеси $\sum\limits_{k=1}^{N}C_k=1$, уравнением состояния смеси $P=\rho RT\sum\limits_{k=1}^{N}C_k/M_k$ (M_k — молярная масса k-го компонента) и уравнениями химической кинетики. Полагаем, что в газовой смеси протекает N реакций с участием n компонентов:

$$\sum_{i=1}^{n}\nu'_{ij}A_i\Leftrightarrow\sum_{i=1}^{n}\nu''_{ij}A_i \qquad (10)$$

$$(i=1,2,\ldots,n;\quad j=1,2,\ldots,n).$$

Для данной системы химических реакций скорость образования i-го компонента w_i определяется соотношением

$$w_i=M_i\sum_{j=1}^{N}(\nu''_{ij}-\nu'_{ij})\Big[K_j^+\prod_{i=1}^{n}\Big(\frac{\rho C_i}{M_i}\Big)^{\nu_{ij}^+}- \\ -K_j^-\prod_{i=1}^{n}\Big(\frac{\rho C_i}{M_i}\Big)^{\nu_{ij}^-}\Big]. \qquad (11)$$

Коэффициенты скоростей прямой (K_f^+) и обратной (K_f^-) реакций определялись по соотношению Аррениуса

$$K=B(T)\exp(-E_0/RT)=BT^{-\beta}\exp(-T_0/T). \qquad (12)$$

Значения параметров B, β и T_0 взяты из [5, 6] (см. таблицу).

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Для численного решения исходной системы уравнений введем новые независимые переменные x, ξ, где

$$\xi=(y-y_{\min}(x))/(y_{\max}(x)-y_{\min}(x)). \qquad (13)$$

Номенклатура и параметры, определяющие константы скоростей химических реакций при догорании углеводородных топлив в воздухе

Номер реакции	Реакция	Прямая реакция			Обратная реакция		
		β	B, $\left(\frac{\text{м}^3}{\text{кмоль}}\right)^{n-1}\cdot\text{с}^{-1}$	T_0, K	β	B, $\left(\frac{\text{м}^3}{\text{кмоль}}\right)^{n-1}\cdot\text{с}^{-1}$	T_0, K
1	$CO+O+M \leftrightarrow CO_2+M$	0	$3.9\cdot10^4$	$2.2\cdot10^3$	0	$7.68\cdot10^{12}$	$6.46\cdot10^4$
2	$CO+OH \leftrightarrow CO_2+H$	1.3	33.8	$-3.3\cdot10^2$	1.3	$3.5\cdot10^3$	$1.047\cdot10^4$
3	$OH+H \leftrightarrow H_2+O$	1	$6.04\cdot10^4$	$3.5\cdot10^3$	1	$2.35\cdot10^4$	$4.54\cdot10^3$
4	$H+H+M \leftrightarrow H_2+M$	-1	$1.7\cdot10^7$	0	-1	$7.4\cdot10^{13}$	$5.26\cdot10^4$
5	$H+OH+M \leftrightarrow H_2O+M$	-2	$1.4\cdot10^{11}$	0	-2	$2.6\cdot10^{18}$	$6.01\cdot10^4$
6	$OH+H_2 \leftrightarrow H_2O+H$	1.3	$1.7\cdot10^3$	$1.82\cdot10^3$	1.3	$7.4\cdot10^3$	$9.3\cdot10^3$
7	$OH+OH \leftrightarrow H_2O+O$	0	$7.8\cdot10^6$	$5.5\cdot10^2$	0	$7.7\cdot10^7$	$9.1\cdot10^3$
8	$O+H+M \leftrightarrow OH+M$	0	$5.5\cdot10^4$	0	0	$1.04\cdot10^{11}$	$5.16\cdot10^4$
9	$O+O+M \leftrightarrow O_2+M$	-1	$4.6\cdot10^6$	$1.7\cdot10^2$	-1	$1.08\cdot10^{14}$	$5.97\cdot10^4$
10	$OH+O \leftrightarrow O_2+H$	0	$2.63\cdot10^7$	0	0	$3.26\cdot10^8$	$8\cdot10^3$

П р и м е ч а н и е. Размерность константы B зависит от числа реагирующих компонентов: для бимолекулярных реакций $n=2$, для тримолекулярных реакций $n=3$.

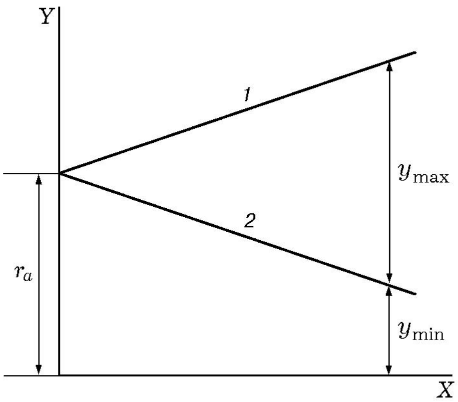

Рис. 1. Координатная плоскость (X, Y):

1 — верхняя граница струи, *2* — нижняя граница струи

Здесь $y_{\max}(x)$ и $y_{\min}(x)$ — соответственно координаты границ волновой структуры струйного течения, зависящие в общем случае в сверхзвуковой струе от геометрии тангенциальных разрывов (рис. 1). Эти границы могут быть определены согласно расчетным или эмпирическим зависимостям для идеальной струи [7, 8]. Переменная ξ позволяет представить расчетную область струи в виде прямоугольной области, что существенно упрощает построение расчетной сетки. В новой системе координат исходная система уравнений (1)–(6) в векторной форме запишется в виде

$$\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial \xi}=\frac{b^2}{y^j}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mu_t y^j\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)-Q, \qquad (14)$$

где

$$F=\left|\begin{matrix}\rho u\\ eP+\rho u^2\\ \rho uv\\ \rho uI_0\\ \rho uC_\tau\\ \rho uC_k\\ \rho uK\\ \rho u\varepsilon\end{matrix}\right|, \quad G=b\left|\begin{matrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+P\\ \rho vI_0\\ \rho vC_v\\ \rho vC_k\\ \rho vK\\ \rho v\varepsilon\end{matrix}\right|-aF,$$

$$Q=\left|\begin{matrix}j\rho v/y\\ j\rho uv/y+(1-e)\dfrac{\partial P}{\partial x}\\ j\rho v^2/y\\ j\rho vI_0/y\\ j\rho vC_\tau/y\\ j\rho vC_k/y+w_k\\ j\rho vK/y+S_k\\ j\rho v\varepsilon/y+S_\varepsilon\end{matrix}\right|+a_xF,$$