

УДК 519.6 (075.8)
П325

Рецензенты:

кафедра высшей математики Уральского государственного лесотехнического университета (заведующий кафедрой кандидат физико-математических наук, доцент А. Ю. В д о в и н);
А. Л. А г е е в, доктор физико-математических наук (Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН)

Научный редактор
Ю. А. М е л е н ц о в а,
кандидат физико-математических наук, доцент

Пименов, В. Г.

П325 Численные методы : в 2 ч. Ч. 2 : [учеб. пособие] / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников ; [науч. ред. Ю. А. Меленцова] ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. — 106 с.

ISBN 978-5-7996-1015-9
ISBN 978-5-7996-1342-6 (часть 2)

Даются основные понятия, изучаемые во второй части курса «Численные методы»: методы решения дифференциальных уравнений (задачи Коши), методы решения краевых задач, интерполяция сплайнами, метод наименьших квадратов, численное решение интегральных уравнений, численное решение уравнений математической физики.

Для студентов 3-го курса Института математики и компьютерных наук УрФУ всех направлений подготовки.

УДК 519.6 (075.8)

ISBN 978-5-7996-1015-9

© Уральский федеральный
университет, 2014

ISBN 978-5-7996-1342-6 (часть 2)

© Пименов В. Г., Ложников А. Б., 2014

Оглавление

Предисловие	3
1. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Задача Коши	4
1.1. Постановка задачи и предположения	4
1.2. Методы, основанные на тейлоровском разложении	5
1.3. Явный метод Эйлера	7
1.4. Метод Эйлера с пересчетом	9
1.5. Метод Коши	11
1.6. Семейство явных методов Рунге–Кутты второго порядка	11
1.7. Явные методы Рунге–Кутты третьего и четвертого порядков	13
1.8. Общий класс методов Рунге–Кутты	14
1.9. Явные методы Адамса	18
1.10. Неявные методы Адамса	20
1.11. Общий класс многошаговых методов	22
1.12. Линейные разностные уравнения и их устойчивость	24
1.13. 0-устойчивость и сходимость многошаговых методов	26
1.14. Жесткие системы. А-устойчивость	27
2. Численные методы решения краевых задач	31
2.1. Постановка краевых задач. Метод стрельбы . . .	31
2.2. Метод разностной прогонки	33
2.3. Метод разностной прогонки. Краевые условия третьего рода	35
2.4. Метод разностной прогонки для нелинейного уравнения	37
2.5. Самосопряженная краевая задача и ее физическая интерпретация	38
2.6. Вариационный метод Ритца	39
2.7. Метод Галеркина	43

2.8. Метод наименьших квадратов для решения краевой задачи	45
2.9. Метод коллокации	46
3. Интерполяция сплайнами	47
3.1. Интерполяционный кубический сплайн	47
3.2. Эффективный способ построения сплайна	49
3.3. Экстремальное свойство сплайна	51
3.4. Сплайн-квадратура	54
3.5. Метод конечных элементов	57
4. Метод наименьших квадратов	59
4.1. Метод наименьших квадратов в задаче решения линейных систем	59
4.2. Вырожденный метод наименьших квадратов в задаче решения линейных систем	62
4.3. Метод наименьших квадратов в задаче приближения функций (дискретный вариант)	63
4.4. Метод наименьших квадратов в задаче приближения функций (непрерывный вариант)	64
5. Численное решение интегральных уравнений	67
5.1. Классификация линейных интегральных уравнений	67
5.2. Метод разложения по собственным значениям	68
5.3. Метод замены интеграла конечной суммой	69
5.4. Метод замены ядра на вырожденное	70
6. Численное решение уравнений математической физики	73
6.1. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток	73
6.2. Решение одномерного уравнения теплопроводности (явная схема)	76

6.3.	Неявная и другие схемы для решения одномерного уравнения теплопроводности	82
6.4.	Метод прямых для решения одномерного уравнения теплопроводности	86
6.5.	Численные методы решения уравнения гиперболического типа	87
6.6.	Численные методы решения пространственного уравнения параболического типа	91
6.7.	Схема счета на установление для решения эллиптического уравнения	95
6.8.	Элементы общей теории разностных схем	96
Список библиографических ссылок		102