

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е. А. КРАСНОПЕВЦЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ФИЗИКИ

ОРТОНОРМИРОВАННЫЕ БАЗИСЫ ФУНКЦИЙ

Утверждено
Редакционно-издательским советом
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2008

УДК 53:51(075.8)
К 782

***Инновационная образовательная программа НГТУ
«Высокие технологии»***

Рецензенты: *К.А. Матвеев*, д-р техн. наук, проф.,
П.М. Меднис, канд. физ.-мат. наук, проф.

Работа подготовлена на кафедре
полупроводниковых приборов и микроэлектроники НГТУ
для студентов РЭФ

Краснопевцев Е.А.

К 782 Математические методы физики. Ортонормированные базисы функций : учеб. пособие / Е.А. Краснопевцев – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 338 с.

ISBN 978-5-7782-1071-4

Рассматривается построение, исследование и использование ортонормированных базисов, образованных элементарными и специальными функциями. Излагается метод Фурье-преобразования и обобщенные функции: дельта-функция, функция Хевисайда, знаковая и прямоугольная функции, гребенчатая функция. Рассматриваются методы решения однородных дифференциальных уравнений обобщенного гипергеометрического типа и анализируются их решения в виде специальных функций математической физики. Излагается метод функции Грина и дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Приводятся примеры решений задач и задачи для самостоятельного решения.

Издание предназначено для студентов, приступающих к изучению квантовой механики, статистической физики, теоретической оптики.

УДК 53:51(075.8)

ISBN 978-5-7782-1071-4

© Краснопевцев Е.А., 2008
© Новосибирский государственный
технический университет, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
Глава 1. Преобразование Фурье	11
1.1. Теоремы Фурье	13
1.2. Преобразование периодических функций	22
Глава 2. Дельта-функция.....	28
2.1. Свойства дельта-функции	29
2.2. Дельта-функция в двумерном пространстве	34
2.3. Дельта-функция в трехмерном пространстве	36
2.4. Гребенчатая функция	38
Глава 3. Конечнзначные сингулярные функции	43
3.1. Функция Хевисайда.....	43
3.2. Функция знака.....	45
3.3. Прямоугольная функция и функция sinc.....	48
Примеры 1	54
Задачи 1	74
Глава 4. Гамма- и бета-функции Эйлера	81
4.1. Гамма-функция	81
4.2. Бета-функция	85
4.3. Формула Стирлинга.....	87
4.4. Дробное дифференцирование и интегрирование	89
Примеры 2	96
Задачи 2	107

Глава 5. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка	113
5.1. Метод факторизации	114
5.2. Решение уравнения обобщенного гипергеометрического типа	119
5.3. Весовая функция и область определения решений	124
5.4. Условие ортонормированности	126
5.5. Производящая функция и алгоритм решения	127
5.6. Метод степенного ряда для уравнения с особой точкой.....	128
5.7. Разложение решения в ряд по малому параметру. Метод Вентцеля–Крамера–Бриллюэна (ВКБ)	130
Примеры 3	133
Задачи 3	147
Глава 6. Классические ортогональные полиномы	151
6.1. Полиномы Эрмита	155
Примеры 4	164
Задачи 4	172
6.2. Обобщенные полиномы Лагерра.....	174
Примеры 5	187
Задачи 5	192
6.3. Полиномы Лежандра	194
6.4. Присоединенные функции Лежандра	199
Примеры 6	205
Задачи 6	209
6.5. Полиномы Чебышева	211
Примеры 7	218
Задачи 7	221
Глава 7. Сферические функции и операторы момента импульса	223
7.1. Операторы момента импульса.....	223
7.2. Сферические функции.....	227
Примеры 8	236
Задачи 8	240
Глава 8. Функции Бесселя.....	242
8.1. Уравнения Бесселя и Ломмеля	242
8.2. Функции Бесселя первого рода	243
8.3. Рекуррентные соотношения	250
8.4. Условия ортонормированности	253
8.5. Функции Бесселя полуцелого порядка	255

8.6. Сферические функции Бесселя	256
8.7. Функция Эйри первого рода	261
8.8. Преобразования Ганкеля и Фурье–Бесселя	264
8.9. Фурье-преобразование в n -мерном пространстве	268
Примеры 9	273
Задачи 9	291
Глава 9. Функция Грина	294
9.1. Свойства функции Грина	296
9.2. Метод сшивания	297
9.3. Спектральное представление для уравнения Лиувилля	300
Примеры 10	304
Задачи 10	316
Глава 10. Дифференциальные уравнения с частными производными	318
10.1. Типы уравнений	318
10.2. Волновое уравнение	321
10.3. Уравнение теплопроводности	327
Примеры 11	331
Литература	335
Предметный указатель	337