

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**М. В. Ануфриенко, В. А. Бондаренко,
А. В. Зафиевский, Г. В. Шабаршина**

Математический анализ

Учебное пособие

*Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по специальности
Прикладная математика и информатика*

Ярославль 2010

УДК 51:37
ББК Ч481. 28я73
М 34

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009/10 учебного года*

Рецензенты:

Е. И. Смирнов, доктор педагогических наук,
профессор ЯГПУ, академик РАЕН;
кафедра кибернетики ЯГТУ

М 34 **Математический анализ:** учебное пособие / М. В. Ануфри-
енко, В. А. Бондаренко, А. В. Зафиевский, Г. В. Шабаршина; Яросл.
гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2010. – 140 с.
ISBN 978-5-8397-0773-3

Настоящее учебное пособие предназначено для самостоя-
тельной работы студентов по программе курса математического
анализа, который читается на факультете ИВТ. В пособии собраны
материалы, которые позволят облегчить подготовку студентов
младших курсов к практическим занятиям, зачетам и экзаменам по
одной из наиболее сложных дисциплин математического и естест-
венно-научного цикла.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению
Прикладная математика и информатика (дисциплина «Математи-
ческий анализ», цикл МЕН), очной формы обучения.

УДК 51:37
ББК Ч481. 28я73

ISBN 978-5-8397-0773-3

© Ярославский государственный уни-
верситет им. П. Г. Демидова, 2010

Оглавление

Предисловие	5
Немного из истории	9
Глава 1	15
§ 1.1. Числовые множества. Границы числовых множеств. Метод математической индукции	15
§ 1.2. Числовые последовательности. Предел последовательности	20
§ 1.3. Функция. Предел функции	26
§ 1.4. Непрерывность функции	31
§ 1.5. Дифференцируемость функции	34
§ 1.6. Исследование функции	38
Приложение к главе 1	41
Глава 2	47
§ 2.1. Неопределенный интеграл.	47
§ 2.2. Определенный интеграл	50
§ 2.3. Несобственные интегралы	53
§ 2.4. Числовые и степенные ряды	58
§ 2.5. Функции нескольких переменных.	64
Приложение к главе 2	69
Глава 3	74
§ 3.1. Функциональные последовательности	74
§ 3.2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей	77
§ 3.3. Функциональные ряды. Нахождение множества сходимости функционального ряда	81
§ 3.4. Равномерная сходимость функциональных рядов	83
§ 3.5. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся функциональных рядов	86
§ 3.6. Ряды Фурье. Разложение периодических функций в ряд Фурье ...	88

§ 3.7. Интегралы, зависящие от параметра.	
Вычисление предельной функции	90
§ 3.8. Нахождение множества сходимости интеграла,	
зависящего от параметра.....	91
§ 3.9. Исследование интегралов на равномерную сходимость	
по параметру.....	93
Приложение к главе 3	95
Глава 4	100
§ 4.1. Комплексные числа	102
§ 4.2. Последовательности и ряды комплексных чисел.....	104
§ 4.3. Аналитические и гармонические функции	106
§ 4.4. Ряды Тейлора.....	112
§ 4.5. Вычеты	115
§ 4.6. Интеграл по замкнутому контуру	120
§ 4.7. Вычисление определенных интегралов.....	123
§ 4.8. Конформные отображения.....	128
Приложение к главе 4	132
Список литературы.....	136
Основная рекомендуемая литература.....	136
Дополнительная рекомендуемая литература	136

Предисловие

В 2011 г. начинается массовый переход российского высшего образования к многоуровневой системе и новым федеральным государственным образовательным стандартам (ФГОС). Тем не менее введение двух (или трех – в будущем) уровней высшего образования не является главным элементом новой системы. Центральный ее момент – ориентация высших учебных заведений на конечный результат: знания выпускников должны быть применимы в практической деятельности, что должно в гораздо большей степени обеспечить трудоустройство выпускников.

Для того чтобы студенты, заканчивающие ту или иную специальность (или направление – в новой терминологии), были востребованы на рынке труда, работодатели должны иметь возможность получить ясное представление о содержании квалификаций, полученных студентами в процессе обучения, и об их качестве. Средством, облегчающим работодателям понимание квалификации выпускников, призваны служить компетенции, отражающие содержание обучения и зачетные единицы (кредиты), выражающие затраты времени студентов на освоение дисциплин.

Под *компетенцией* обычно понимается способность специалиста применять приобретенные знания, умения и навыки для получения конкретного практического результата. Типичным примером использования компетенций может служить выполнение курсовой работы, в ходе чего студенту необходимо применить самые разнообразные умения, причем не только математические. Надо отметить, что в процессе выполнения таких практических работ студент приобретает, кроме профессиональных, также и *общекультурные* компетенции, не связанные непосредственно с выбранной профессией. В примере с курсовой работой такой общекультурной компетенцией является, в частности, умение делать обзор литературы. Здесь хочется отметить, что общекультурные компетенции приобретаются не отдельно от профессиональной деятельности, а в ее ходе. Они играют роль «клея», объединяющего все приобретенные студентом компетенции в единую модель специалиста. Это означает, что в ходе изучения дисциплин, направленных на освоение студентом профессио-