

УДК 517.3(075.8)
ББК 22.161.1+22.161.6
Г16

Рецензенты: С.А. Агафонов, В.В. Нитусов

Г16 Галкин С.В.

Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения:
Учеб. пособие. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. —
164 с.: ил.

ISBN 5-7038-

Рассмотрены неопределенный и определенный интегралы, несобственные интегралы, приложения определенного интеграла, а также основные уравнения первого порядка, способы снижения порядка дифференциальных уравнений, линейные уравнения второго и высшего порядков с постоянными и переменными коэффициентами. Приведены основные теоремы линейной теории, примеры решения уравнений с постоянными коэффициентами на метод подбора формы частного решения и метод вариации. Рассмотрены системы дифференциальных уравнений, основы теории устойчивости, а также поведение траекторий систем в окрестности точек покоя на примерах систем уравнений с двумя и тремя переменными. Изложены приближенные методы решения систем дифференциальных уравнений.

Для студентов МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ил. 7. Библиогр. 9 назв.

УДК 517.3(075.8)
ББК 22.161.1+22.161.6

Учебное пособие

Сергей Владимирович Галкин

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Редактор О.М. Королева

Корректор Л.И. Малютина

Компьютерная верстка В.И. Товстоногов

Подписано в печать ???.?.2007. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.

Печ. л. ??. Усл. печ. л. ??. Уч.-изд. л. ??. Тираж 1500 экз. Изд. № 146.

Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.

ISBN 5-7038-

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007

1. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

Функция $F(x)$ называется **первообразной** для функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$.

1.1. Теоремы о первообразных

Теорема. Если функция $F(x)$ — первообразная для функции $f(x)$, то $F(x) + C$, где C — константа, — тоже первообразная для функции $f(x)$.

Доказательство: $(F(x) + C)' = (F(x))' + C' = f(x)$.

Теорема. Пусть $F(x), G(x)$ — две первообразных для функции $f(x)$, тогда они различаются на некоторую константу ($F(x) - G(x) = C$ — константа).

Рассмотрим функцию $V(x) = F(x) - G(x)$, она непрерывна и дифференцируема на всей числовой оси, как и функции $F(x), G(x)$. Тогда для любых конечных значений x_1, x_2 ($x_2 > x_1$) по формуле конечных приращений Лагранжа получим

$$\begin{aligned} V(x_2) - V(x_1) &= V'(c)(x_2 - x_1) = \\ &= (F'(c) - G'(c))(x_2 - x_1) = (f(c) - f(c))(x_2 - x_1) = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, $V(x) \equiv C, F(x) - G(x) = C$.

Неопределенным интегралом $\int f(x) dx$ (интеграл от функции $f(x)$ по dx) называется совокупность всех первообразных функций для функции $f(x)$:

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зарубин В.С., Иванова Е.Е., Кувыркин Г.Н. Интегральное исчисление функций одного переменного: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
2. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.1. М.: Наука, 1985.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.2. М.: Наука, 1985.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1988.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.
7. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ: Под ред. А.Н. Тихонова. М.: Наука, 1979.
8. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. СПб: Лань, 2004.
9. Филлипов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал. УРСС. 2004.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов	3
2. Методы интегрирования. Таблица интегралов	6
3. Интегрирование рациональных функций	13
4. Интегрирование иррациональных и тригонометрических Функций	21
5. Определенный интеграл	27
6. Формула Ньютона — Лейбница	34
7. Способы вычисления определенного интеграла	36
8. Несобственные интегралы	39
9. Приложения определенного интеграла	51
10. Дифференциальные уравнения	59
11. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка	61
12. Геометрическая интерпретация дифференциальных уравнений первого порядка, изоклины. Особые точки и особые решения	73
13. Дифференциальные уравнения высших порядков	77
14. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами	81
15. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	94
16. Нормальные системы дифференциальных уравнений	104
17. Системы линейных дифференциальных уравнений	115
18. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	125
19. Устойчивость движения. Классификация точек покоя. Теоремы Ляпунова	133
20. Приближенное вычисление интеграла	147
21. Обзор численных методов решения задачи Коши	152
Список рекомендуемой литературы	162