Казанский институт (филиал) ГОУ ВПО
Российский государственный торгово-экономический университет

Кафедра информатики и высшей математики

ТАЛЫЗИН В.А.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭКОНОМЕТРИКЕ

Учебное пособие

КАЗАНЬ-2008г.

Введение

При проведении практических занятий осуществляется более углубленное изучение студентами тем дисциплины, развиваются навыки самостоятельного решения конкретных практических задач. Методика проведения практических занятий заключается в совместном решении студентами учебной группы под руководством преподавателя типовых задач небольшого размера по изучаемым темам дисциплины. При этом студенты используют учебные и учебно-методические разработки кафедры по данной дисциплине, а также, в связи со значительным объемом вычислений – калькуляторы. Одна из целей проведения практических занятий – научить студентов использовать при решении задач математические и математико-статистические таблицы.

Эконометрика опирается на массивы данных и достаточно сложные расчеты, поэтому целесообразно некоторые практические занятия проводить в компьютерных классах, т. е. проводить занятия в форме лабораторных работ. Цель лабораторных занятий – выработка у студентов навыков по использованию ПЭВМ в эконометрическом анализе систем, привитие умения по овладению методами научного анализа. При решении таких задач рекомендуется использовать ППП Excel, STATGRAPHICS, STATISTICA, MathCAD.

Целесообразно в лабораторный практикум включить следующие темы:

1. Модель парной линейной и нелинейной регрессии.
2. Модель множественной линейной регрессии.
3. Выявление (тесты Спирмена, Голдфелда-Квандта) и устранение гетероскедастичности (ВМНК).
4. Выявление (тест Дарбина-Уотсона) и устранение автокорреляции.
5. Исследование временного ряда.
6. Моделирование сезонных колебаний.

Задачи, предназначенные для решения с использованием компьютера, помечены в сборнике символом (*).

При применении компьютерных пакетов студенты должны как можно больше использовать возможности этих пакетов. Например, построение линейного уравнения множественной регрессии опирается на основы линейной алгебры и для нахождения произведения матриц, обратной матрицы следует использовать встроенные функции МУМНОЖ(-;-), МОБР(-) табличного процессора MS Excel.

Отчет по лабораторной работе должен содержать: исходную информацию, постановку задачи, результаты решения задачи (в таблицах) и анализ полученных результатов.

1. Основные понятия математической статистики, используемые в эконометрике

1.1. Статистическое оценивание

Изучается количественный признак X генеральной совокупности по выборке объема n: $x_1, x_2, ..., x_n$. Признак X характеризуется неизвестным параметром θ, значение которого требуется оценить по данной выборке. Различают точечные и интервальные оценки параметра.

Точечной называют статистическую оценку параметра, которая определяется одним числом $\tilde{\theta}$.

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно самому оцениваемому параметру при любом объеме выборки

$$M(\tilde{\theta}) = \theta .$$

Эффективной называют точечную оценку, которая при заданном объеме выборки имеет наименьшую возможную дисперсию среди всех несмещенных оценок этого параметра

$$D(\tilde{\theta}) = \min_i D(\tilde{\theta}_i) .$$

Состоятельной называют точечную оценку, которая при $n \to \infty$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i .$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии является исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_в = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 .$$

Несмещенной оценкой генерального среднего квадратического отклонения (стандарта) является величина

$$s = \sqrt{s^2} .$$

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами θ_1, θ_2 - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр θ с вероятностью γ. Интервал (θ_1, θ_2) называют *доверительным интервалом* (он характеризует точность оценки), а величину γ - *доверительной вероятностью* (она характеризует надежность оценки).

Доверительным интервалом для математического ожидания m при нормальном распределении признака X является:

- при известном стандарте σ

$$\bar{x} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} ;$$

- при неизвестном σ

$$\bar{x} - t_{кр}\frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + t_{кр}\frac{s}{\sqrt{n}} .$$

Здесь $\delta = t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ - точность оценки, t - значение аргумента функции Лапласа $\Phi(t)$ (приложение 1), при котором выполняется равенство $\Phi(t) = \gamma / 2$; $t_{кр}$ - критическая точка распределения Стьюдента (приложение 2), которая находится по двум входным числам: числу степеней свободы $k = n-1$ и $\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\gamma}{2}$, где α - заданный уровень значимости.

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ нормального распределения X определяется по формуле:

ŋqdqɏeɎ bɆ dedɆbɎɜe d ɕɔɑɓɔɏ Ɉqddɏqɏè

$$s\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}} < \sigma < s\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{1-/2,n-1}}},$$

где $\chi^2_{\alpha/2,n-1}$, $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ - критические точки χ^2 - распределения (приложение 3).

Если генеральная совокупность подчиняется нормальному закону распределения и объем выборки достаточно велик (n>30), то справедлива формула:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi(\frac{\beta-\bar{x}}{\sigma_в}) - \Phi(\frac{\alpha-\bar{x}}{\sigma_в}),$$

где $\sigma_в$ - выборочное стандартное отклонение, $\Phi(t)$ - функция Лапласа.

1. Цена некоторого товара в 20 магазинах была следующей:

50, 48, 47, 55, 50, 45, 50, 52, 48, 50, 52, 48, 50, 47, 50, 48, 52, 50, 50, 48.

На основе этих данных найти:

а) выборочные числовые характеристики;

б) несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения цены товара.

2. За последние 12 лет статистические данные по годовым темпам инфляции (%) в стране составили:

1,7; 1,2; 2,8; 3,3; 5,1; 1,9; -0,8; 0,3; 2,3; 2,8; 4,0; 3,6.

Найти несмещенные оценки среднего темпа инфляции, ее дисперсии и среднего квадратичного отклонения.

3. Даны результаты 8 независимых измерений веса упаковки сахара прибором, не имеющем систематических ошибок:

369; 378; 315; 420; 385; 401; 372; 383 (гр).

Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений, если:

а) вес упаковки сахара известен m=375 гр.;

б) вес упаковки сахара неизвестен.

4. При изучении производительности труда X (тыс. руб) на одного работника торговли было обследовано $n=68$ однотипных магазинов. При этом выборочное среднее признака X составило $\bar{x}=5{,}28$ тыс. руб, а выборочное стандартное отклонение - $\sigma_в=0{,}63$ тыс. руб. Полагая, что изменчивость признака X описывается законом нормального распределения, найти:

а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения m производительности труда с заданной надежностью $\gamma=0{,}95$;

б) вероятность того, что величина производительности труда X в выбранном наугад магазине окажется в пределах от $\alpha=5,\ 0$ тыс. руб до $\beta=6{,}0$ тыс. руб.

5. При изучении предела прочности ткани X (Н/см) было испытано 15 образцов, при этом выборочный средний предел прочности составил $\bar{x}=27{,}3$ Н/см, а исправленное стандартное отклонение $s=2{,}2$ Н/см. Найти доверительный интервал для ожидаемого среднего предела прочности m ткани данного артикула с заданной надежностью $\gamma = 0{,}95$, предполагая, что изменчивость показателя X описывается законом нормального распределения.

6. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью $\gamma = 0{,}975$ точность оценки математического ожидания m генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta = 0{,}3$ нормально распределенной генеральной совокупности.

7. Каков должен быть минимальный объем выборки n для того, чтобы с надежностью $\gamma = 0{,}99$ точность оценки δ математического ожидания m генеральной совокупности с помощью выборочного среднего была 0,2, если стандартное отклонение совокупности $\sigma = 1{,}5$?

8. При оценке свойств картофеля было обследовано 20 проб и получены следующие значения содержания крахмала X (%):

x_i	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0
Частота n_i	1	3	5	6	2	2	1

Оценить с надежностью $\gamma = 0{,}95$ математическое ожидание m нормально распределенной случайной величины X генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

9. При изучении объема товарооборота X (млн. руб) 10 магазинов города, торгующих одинаковым ассортиментом товаров, найдено среднее арифметическое $\bar{x} = 30{,}1$ и исправленное среднее квадратическое $s = 6$ статистических данных. Оценить истинное значение изучаемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью $\gamma = 0{,}99$.

10. Произведено 12 измерений одним прибором, не имеющем систематических ошибок, некоторой физической величины. Исправленное среднее квадратическое отклонение s случайных ошибок измерений оказалось равным 0,6. Найти точность прибора с надежностью 0,99.

11. Предполагается, что месячный доход граждан страны имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $m = 1000$ \$ и дисперсией $\sigma^2 = 40000$. По выборке из 500 человек определили выборочный средний доход $\bar{x} = 900$ \$. Следует ли на основании 95% доверительного интервала отклонить предложение о ежемесячном доходе в стране в 1000 \$?

12. Взвешено 25 пакетов с чипсами, заполняемых автоматом, и найдено исправленное среднее квадратическое отклонение $s = 1$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью $\gamma = 0{,}95$, если считать вес пакета X нормально распределенной случайной величиной.