

ПОСТОБРАБОТКА ПРИ ДЕКОДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ МАЛОГО СЕМЕЙСТВА КАСАМИ НА ОСНОВЕ ДВОЙСТВЕННОГО БАЗИСА

С.С. Владимиров^{1*}, О.С. Когновицкий¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

*Адрес для переписки: vladimirov.opds@gmail.com

Информация о статье

УДК 621.391

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Владимиров С.С., Когновицкий О.С. Постобработка при декодировании последовательностей малого семейства Касами на основе двойственного базиса // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 4. С. 5–12. DOI:10.31854/1813-324X-2018-4-4-5-12

Аннотация: В современных системах цифровой передачи для синхронизации передаваемых данных широко используются псевдослучайные последовательности различного вида, например, М-последовательности и последовательности Касами. Предлагается использовать эти последовательности одновременно для синхронизации и адресации абонентов, применяя специальные методы декодирования. В статье рассматривается метод декодирования последовательностей малого семейства Касами на основе двойственного базиса с использованием постобработки принимаемых кодовых комбинаций.

Ключевые слова: последовательности Касами, малое множество последовательностей Касами, двойственный базис, вероятность ошибки.

Введение

В современных цифровых системах передачи данных, как правило, передаются в виде отдельных блоков – кадров. Для выделения кадров используют два способа передачи: синхронный и асинхронный. В первом случае имеется отдельный источник синхросигнала, обеспечивающий синхронную передачу и прием данных. Во втором случае в начале каждого кадра присутствует специальная кодовая последовательность, преамбула, которая позволяет выделить кадр в общем зашумленном потоке сигналов, передаваемом по каналу. Часто в качестве синхропоследовательностей используют псевдослучайные последовательности различного вида, такие как, например, последовательности максимальной длины (М-последовательности) или производные из них составные последовательности Голда, ЛРД-последовательности и последовательности Касами [1–4].

Следует отметить, что М-последовательности и последовательности, образованные из них, фактически представляют собой кодовые комбинации соответствующих помехоустойчивых кодов с большой избыточностью. Например, помехоустойчивый код, состоящий из всех возможных М-последовательностей над одним конечным полем Галуа, получил название кода максимальной длины [5].

Аналогично можно сформировать помехоустойчивые коды и из составных последовательностей. Информационной частью кодового слова в таком случае будут служить начальные фазы М-последовательностей, образующих кодовое слово.

Таким образом, помимо задач синхронизации, приведенные псевдослучайные последовательности можно использовать как традиционные помехоустойчивые коды для передачи данных, а также комбинировать задачи синхронизации и передачи данных. Например, ранее авторами был предложен метод одновременной синхронизации и адресации посредством кодовых комбинаций кода максимальной длины [6, 7]. Адресами при этом являются начальные фазы М-последовательностей, соответствующих кодовым комбинациям кода. При использовании кода над полем Галуа степени n , за исключением нулевой кодовой комбинации, в этом методе можно адресовать до $(2^n - 1)$ абонентов.

Использование кодов на основе составных последовательностей позволяет увеличить долю полезной информации при сохранении общей длины кодовой комбинации. Для примера рассмотрим последовательности малого семейства Касами.

Последовательность малого семейства Касами $\{s\}$ формируется над полем $GF(2^n)$, где степень n должна быть четным числом. Сама последовательность Касами $\{s\}$ является составной с периодом $N_1 = 2^n - 1$ и представляет собой поэлементную сумму M_1 -последовательности максимального периода $\{u\}$, порождаемой примитивным многочленом $h_1(x)$ степени n , и M_2 -последовательности $\{v\}$, порождаемой неприводимым многочленом $h_2(x)$ степени $n/2$ [8, 9]. Таким образом, в одной последовательности Касами переносится два блока полезной информации: начальная фаза c M_1 -последовательности $\{u\}$ и начальная фаза d M_2 -последовательности $\{v\}$. Следовательно, в одной последовательности может быть передан либо один блок полезных данных длиной $(c + d)$, либо каждая из начальных фаз может переносить отдельную полезную информацию.

Для декодирования последовательностей Касами могут использоваться различные алгоритмы [10–14]. В частности, может быть использован метод мажоритарного декодирования на основе двойственного базиса [4, 15]. В статье рассмотрена методика постобработки последовательности Касами, позволяющая увеличить исправляющую способность данного алгоритма.

Постобработка последовательности малого семейства Касами при декодировании на основе двойственного базиса

Как было показано в статье [15], при мажоритарном декодировании последовательности $\{s\}$ малого семейства Касами с использованием двойственного базиса, т.е. при определении начальных фаз c и d , составляющих ее M -последовательности $\{u\}$ и $\{v\}$ соответственно, возможны три результата декодирования:

- 1) правильное декодирование, когда вычисленные начальные фазы совпадают с реальными;
- 2) неправильное декодирование, когда вычисленные начальные фазы не совпадают с реальными (это случай необнаруженной ошибки);
- 3) отказ от декодирования, когда декодер не может однозначно определить значение начальной фазы хотя бы одной из M -последовательностей (это случай обнаруженной ошибки).

В случае отказа от декодирования часть таких результатов составляют те, в которых по принципу максимального правдоподобия выделяется несколько значений начальной фазы c одинаковым наибольшим весом. Одно из этих значений может являться правильным. При этом можно провести постобработку такой последовательности, которая в ряде случаев позволит однозначно определить правильное значение начальных фаз.

Постобработка основана на том, что в случае нескольких вариантов начальной фазы c M_1 -последовательности $\{u\}$, мы можем на основе каждого из

вариантов c_i начальной фазы сформировать соответствующую ему M_1 -последовательность $\{u_i\}$, а затем сложить ее с принятой последовательностью Касами $\{s\}$, получив в результате набор M_2 -последовательностей $\{v_i\}$ с точностью до вектора ошибки. Далее по принципу максимального правдоподобия можно исправить ошибки в M_2 -последовательности $\{v_i\}$. Если при использовании одной из начальных фаз c_i последовательность $\{v_i\}$ определяется однозначно, то такая начальная фаза считается правильной фазой M_1 -последовательности $\{u\}$, а начальная фаза определенной последовательности $\{v_i\}$ считается правильной начальной фазой M_2 -последовательности $\{v\}$.

С другой стороны, в случае отказа, который возник по причине получения нескольких вариантов начальной фазы d M_2 -последовательности $\{v\}$ при однозначном выделении начальной фазы c M_1 -последовательности $\{u\}$ можно предположить, что начальная фаза c получена правильно, и рассмотренным в предыдущем абзаце способом попытаться вычислить начальную фазу d .

Рассмотрим принцип этой постобработки на примере нескольких вариантов начальной фазы c M_1 -последовательности $\{u\}$.

Для формирования последовательности Касами $\{s\} = \{s_0, s_1, \dots, s_{62}\}$ выберем M_1 -последовательность $\{u\} = \{u_0, u_1, \dots, u_{62}\}$ над полем степени $n_1 = 6$ с образующим полиномом $g_1(x) = x^6 + x + 1$, имеющую начальную фазу $c = 19_{10} = \varepsilon^{16}$, и соответствующую ей M_2 -последовательность $\{v\} = \{v_0, v_1, \dots, v_6\}$ над полем степени $n_2 = 3$ с образующим полиномом $g_2(x) = x^3 + x^2 + 1$, начальная фаза: $d = 3_{10} = \mu^5$. В результате будет получена составная последовательность $\{s\}$ малого семейства Касами, представленная в таблице 1.

Предположим, что в результате передачи по каналу связи на последовательность $\{s\}$ был наложен вектор ошибки $\{e\}$, как показано в таблице 2. В результате была получена последовательность $\{s_e\} = (\{s\} + \{e\})[\text{mod } 2]$.

При декодировании последовательности $\{s_e\}$ по методу двойственного базиса были получены два варианта значения начальной фазы c и одно значение начальной фазы d :

$$c_1 = 19_{10} = \varepsilon^{16}; c_2 = 45_{10} = \varepsilon^{44}; d = 3_{10} = \mu^5.$$

Вначале возьмем первое значение начальной фазы c_1 . Вычислим по нему последовательность $\{u_1\}$ и сложим с принятой последовательностью $\{s_e\}$, как показано в таблице 3, получив повторенную 9 раз предполагаемую последовательность $\{v_1\}$ с точностью до вектора ошибок $\{e\}$.

Далее по методу максимального правдоподобия попытаемся исключить вектор ошибок $\{e\}$ из предполагаемой последовательности $\{v_1\}$. С этой целью сравниваем значения в каждом из разрядов девятикратно повторенной предполагаемой последо-

вательности $\{v_1\}$ как показано в таблице 4. В том случае, если 1 повторяется не менее 6 раз, т.е. отношение числа единиц к числу нулей в позиции не меньше $6/3$, то считаем, что в этой позиции значение 1. Если это отношение равно $3/6$ или меньше, то считаем, что в этой позиции значение 0. При отношениях $5/4$ и $4/5$ считаем, что в этой позиции однозначно указать значение невозможно – на нее приходится слишком много ошибок.

Таким образом, при заданных соотношениях числа единиц и нулей была получена последовательность $\{v_1\}$, которая предположительно не содержит ошибок. Далее проводим проверку того, действительно ли полученная последовательность является последовательностью максимальной длины, чтобы исключить ситуации, когда число ошибок в позиции больше пяти. Декодирование данной М-последовательности, например, методом двойственного базиса [4, 16, 17], позволяет определить значение начальной фазы: $d_1 = 3_{10} = \mu^5$.

При работе в канале, в котором может возникнуть заведомо большое число ошибок, имеет смысл ужесточить требования к отношению числа единиц к числу нулей. К примеру, для данной последовательности можно фиксировать 1 при соотношении не хуже $7/2$, а 0 при соотношении $2/7$ и менее. Прочие соотношения считать ошибками, и в случае получения только одной такой ошибки проводить декодирование М-последовательности, которое позволит эту ошибку исправить.

Аналогично по второму значению начальной фазы c_2 вычисляем последовательность $\{u_2\}$ и определяем повторенную 9 раз предполагаемую последовательность $\{v_2\}$ с точностью до вектора ошибок $\{e\}$ (таблица 5).

По методу максимального правдоподобия пытаемся исключить вектор ошибок $\{e\}$ из предполагаемой последовательности $\{v_2\}$ (таблица 6). Позиции, значение которых не определяется однозначно, отмечены символом «х».

Как видно из таблицы 6, однозначно определить последовательность $\{v_2\}$ не представляется возможным.

Таким образом, при проверке двух возможных значений начальной фазы с М₁-последовательности $\{u\}$ было определено, что только одно из них, значение c_1 , позволяет определить М₂-последовательность $\{v\}$. Следовательно, именно это значение и является верным, что подтверждается сравнением с исходно выбранными для вычисления последовательности Касами значениями начальных фаз.

Также следует отметить, что ситуацию, при которой несколько значений начальной фазы c_i позволяют определить М₂-последовательность $\{v\}$, следует считать заведомо ошибочной и рассматривать как обнаруженную ошибку (отказ от декодирования).

Вероятностные характеристики декодера последовательности Касами на основе двойственного базиса с постобработкой при синхронном декодировании

Для статистической проверки работоспособности алгоритма декодирования с постобработкой и для получения вероятностных характеристик, демонстрирующих исправляющую способность алгоритма, было проведено моделирование по методу Монте-Карло с использованием свободной системы математических вычислений GNU/Octave. Моделирование произведено для случая синхронной передачи данных, при котором кодовая последовательность вначале полностью выделяется приемником, а затем уже производится ее декодирование (рисунок 1).

В качестве моделей канала связи выбраны классическая модель двоичного симметричного канала (ДСК), которая показана на рисунке 1а и модель канала с абсолютно белым гауссовским шумом (АБГШ) при модуляции ФМ-2 (рисунок 1б). Использованы стандартные программные реализации выбранных моделей каналов из пакета расширений COMMUNICATIONS, входящего в систему GNU/Octave. При моделировании производился одновременный набор статистики для простого декодирования по методу двойственного базиса и для декодирования с постобработкой, что позволило сравнить их на одинаковом наборе переданных данных.

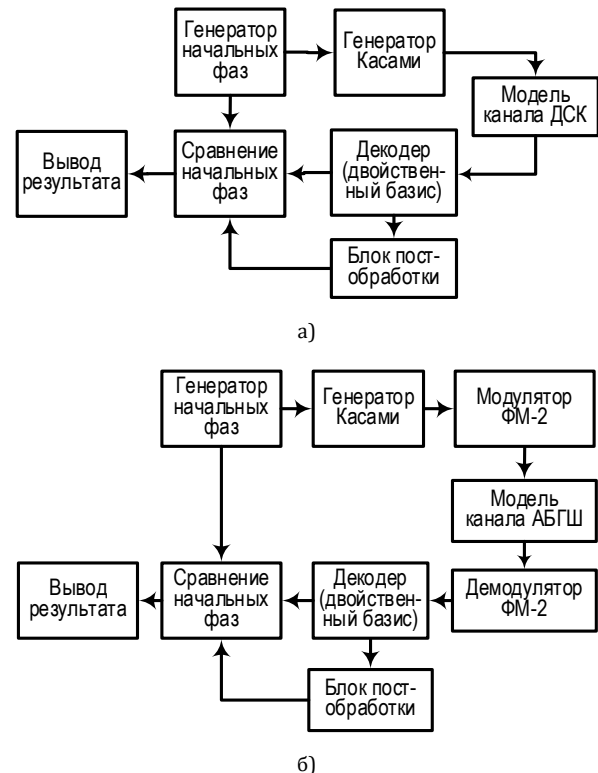


Рис. 1. Модели системы передачи для проверки алгоритма декодирования с постобработкой при использовании моделей: а) канала ДСК; б) канала АБГШ при модуляции ФМ-2