

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Казанский государственный технологический университет»

Р.Ш. Хуснутдинов, В.А. Жихарев

**МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ
В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

Часть II

Учебное пособие

Казань
КГТУ
2010

УДК 517

ББК 22.1

Р.Ш. Хуснутдинов

Математика для экономистов в примерах и задачах.
Ч. II: учебное пособие/ Р.Ш. Хуснутдинов, В.А. Жихарев. -
Казань: Изд-во КГТУ, 2010, 362с.

ISBN 978-5-7885-0954-8

Приведены необходимые теоретические сведения и формулы, даны решения типовых задач, приведены задачи и упражнения с пояснениями и ответами, а также варианты контрольных работ и расчётных заданий.

Пособие предназначено для студентов, аспирантов и преподавателей социально-экономических специальностей, а также для лиц, использующих экономико-математические методы в своей практической работе.

Подготовлено на кафедре высшей математики.

Библиогр. 11 назв.

Печатается по решению учебно-издательского совета Казанского государственного технологического университета.

Рецензенты:

зав. кафедрой математического анализа ТГГПУ д-р
физ. мат. наук, профессор *Ф.Г. Мухлисов*,

профессор кафедры высшей математики КГАСУ
И.П. Семёнов.

ISBN 978-5-7885-0954-8

© Хуснутдинов Р.Ш.,
Жихарев В.А., 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ	5
6.1. Определения. Действия над комплексными числами	5
6.2. Геометрическое изображение комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа	6
6.3. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа	8
7. НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ	13
7.1. Первообразная и неопределённый интеграл и его свойства . . .	13
7.2. Таблица простейших интегралов	14
7.3. Методы интегрирования	18
7.4. Интегрирование рациональных функций (дробей)	22
7.5. Интегрирование иррациональных функций	28
7.6. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная под- становка	38
7.7. Варианты контрольной работы по теме «Неопределённый интеграл»	40
7.8. Расчётные задания по теме «Неопределённый интеграл» . . .	41
8. ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ	45
8.1. Определение определённого интеграла и его свойства.	45
8.2. Формула Ньютона-Лейбница	47
8.3. Основные методы интегрирования определённого интеграла . . .	49
8.4. Несобственные интегралы	54
8.5. Приложения определённого интеграла	61
8.6. Применение интегрального исчисления в экономике	74
8.7. Варианты контрольной работы по теме: «Определённый интеграл и его приложения»	82
8.8. Расчётное задание по теме «Определённый интеграл и его приложения»	85
9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	93
9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	93
9.2. Дифференциальные уравнения высших порядков (второго порядка)	107
9.3. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	125
9.4. Применение дифференциальных уравнений в экономике . . .	127

9.5. Варианты контрольной работы по теме «Дифференциальные уравнения»	133
9.6. Расчётные задания по теме «Дифференциальные уравнения»	135
10. ФУНКЦИИ МНОГИХ (НЕСКОЛЬКИХ) ПЕРЕМЕННЫХ	145
10.1. Топология евклидова пространства \mathbb{R}_2	145
10.2. Функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных и её свойства	147
10.3. Частные и полное приращение функции. Частные производные функции двух переменных. Дифференциал функции и его применение в приближённых вычислениях	151
10.4. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства	155
10.5. Производные и дифференциалы высших порядков	159
10.6. Дифференцирование сложных функций	163
10.7. Экстремум функции многих переменных	166
10.8. Условный экстремум	170
10.9. Метод наименьших квадратов	174
Варианты контрольных работ по теме: «Функции нескольких переменных»	178
Расчётное задание по теме: «Функции нескольких переменных»	182
11. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	191
11.1. Двойные интегралы. Определения. Свойства и вычисление двойного интеграла. Приложения	191
11.2. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах	199
11.3. Вычисление статических моментов и центра тяжести плоской фигуры	204
11.4. Тройной интеграл. Определения. Свойства и вычисление. Приложения	205
11.5. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах	208
12. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	212
12.1. Криволинейные интегралы 1-го рода (по длине дуги). Свойства и вычисление. Приложения	212
12.2. Криволинейный интеграл 2-го рода (по координатам). Определения. Свойства и вычисления. Приложения	218

12.3. Связь между криволинейными и двойными интегралами.	
Формула Грина. Потенциальные векторные поля	223
Варианты контрольных работ по теме:	
«Кратные и криволинейные интегралы»	229
Расчётное задание на тему:	
«Кратные и криволинейные интегралы»	232
13. РЯДЫ	241
13.1. Числовые ряды. Сумма ряда. Сходимость ряда	241
13.2. Основные свойства сходящихся рядов	243
13.3. Необходимый признак сходимости числовых рядов	243
13.4. Критерий Коши сходимости числовых рядов	245
13.5. Геометрические прогрессии. Гармонический ряд	246
13.6. Числовые ряды с положительными членами и их сравнение	247
13.7. Знакопередающие ряды. Ряды Лейбница	259
13.8. Абсолютно и неабсолютно сходящиеся ряды	261
14. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ	264
14.1. Область сходимости. Равномерная сходимость.	
Мажорируемые ряды	264
14.2. Степенные ряды. Радиус и интервал	
сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов	271
14.3. Разложение функций в степенные ряды.	
Ряды Тейлора и Маклорена	275
14.4. Приложения степенных рядов	280
Варианты контрольной работы по теме «Ряды»	286
Расчётное задание по теме «Ряды»	289
15. РЯДЫ ФУРЬЕ	295
15.1. Периодические функции	295
15.2. Некоторые интегралы от периодических функций	295
15.3. Интегралы от чётных и нечётных функций	296
15.4. Определение ряда Фурье. Формулы для нахождения	
коэффициентов Фурье	296
15.5. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле	298
15.6. Ряд Фурье для чётных и нечётных функций	301
15.7. Разложение в ряд Фурье периодических функций	
с периодом $T = 2l$	304
15.8. Разложение в ряд Фурье непериодических функций	309
16. ПРИЛОЖЕНИЯ РЯДОВ ФУРЬЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ	

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. МЕТОД ФУРЬЕ	314
16.1. Решение уравнения колебания струны	314
16.2. Распространение тепла в конечном стержне	317
Литература	322
Ответы	323
Содержание.	358