

УДК 51(075)  
ББК 22.1я723  
О74

Рецензенты:

*А. С. Кутузов*, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики,  
экономики и управления Троицкого филиала ФГБОУ ВО «ЧелГУ»;  
*Н. Д. Зюляркина*, д-р. физ.-мат. наук, профессор кафедры «Защита информации» ЮУрГУ

**Осипенко, С. А.**

О74      **Элементы высшей математики : учебное пособие / Осипенко С. А. —**  
**Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. — 201 с.**  
**ISBN 978-5-4499-0201-6**

Данное пособие содержит теоретический материал, примеры решения типовых задач, систему задач для самостоятельной работы студентов и проверки знаний в виде итогового тестирования по разделу, а также примерные контрольные работы. Предложенная структура пособия помогает выделить главные аспекты изучаемых математических моделей, организовать и конкретизировать учебный процесс.

Учебное пособие «Элементы высшей математики», подготовлено по дисциплине «Элементы высшей математики» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования для студентов, обучающихся по специальностям 09.02.02 Компьютерные сети, 09.02.04 Информационные системы, 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям) и др.

УДК 51(075)  
ББК 22.1я723

ISBN 978-5-4499-0201-6

© Осипенко С. А., текст, 2020  
© Издательство «Директ-Медиа», макет, оформление, 2020

## Оглавление

Введение.....	7
Раздел 1. Линейная и векторная алгебра .....	9
1.1. Матрицы и определители.....	9
Понятие матрицы. Действия над ними .....	9
Определители, свойства и вычисления .....	13
Методы вычисления определителя матрицы .....	14
Обратная матрица.....	18
Ранг, линейная зависимость/независимость строк и столбцов .....	19
Задачи для самостоятельной работы .....	20
Вопросы для самоконтроля .....	23
1.2. Системы линейных уравнений .....	24
Правило Крамера.....	24
Метод Гаусса.....	25
Метод обратной матрицы .....	29
Задачи для самостоятельной работы .....	30
Вопросы для самоконтроля .....	31
1.3. Векторная алгебра. Операции над векторами .....	32
Понятие вектора и линейные операции над векторами .....	32
Понятие линейной зависимости векторов. Базис на плоскости.....	36
Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.....	38
Задачи для самостоятельной работы .....	42
Вопросы для самоконтроля .....	45
Итоговое тестирование по разделу 1 «Линейная и векторная алгебра» .....	46
Раздел. 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве .....	50
2.1. Метод координат. Прямая на плоскости и в пространстве .....	50
Метод координат на плоскости и в пространстве. Прямоугольные, полярные координаты. Основные задачи метода координат .....	50
Уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой .....	55
Плоскость в пространстве .....	59

Задачи для самостоятельного решения .....	61
Вопросы для самоконтроля .....	64
2.2. Кривые второго порядка .....	65
Эллипс, окружность. Парабола .....	65
Гипербола .....	72
Задачи для самостоятельной работы .....	75
Вопросы для самоконтроля .....	77
Итоговое тестирование по разделу 2 «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве» .....	78
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной .....	81
3.1. Предел и непрерывность функции .....	81
Предел функции. Основные теоремы о пределах .....	81
Замечательные пределы .....	83
Бесконечно малые и бесконечно большие функции.....	84
Понятие непрерывности, точки разрыва.....	92
Задачи для самостоятельной работы .....	95
Вопросы для самоконтроля .....	95
3.2. Производная .....	96
Понятие производной функции .....	96
Правила дифференцирования, производные элементарных функций .....	97
Понятие дифференциала функции. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.....	100
Производные высших порядков, логарифмическая производная, производная обратной функции, функции, заданной параметрически .....	101
Задачи для самостоятельной работы .....	104
Вопросы для самоконтроля .....	105
3.3. Применение производной к исследованию функции .....	105
Возрастание и убывание функции. Экстремумы .....	105
Применение производной при вычислении пределов. Правило Лопиталя .....	110
Асимптоты, выпуклость графика функции, точки перегиба. Полное исследование функции .....	112
Задачи для самостоятельной работы .....	122

Вопросы для самоконтроля .....	123
Итоговое тестирование по разделу 3	
«Дифференциальное исчисление функции одной переменной» .....	124
Раздел. 4. Интегральное исчисление функции одной переменной .....	127
4.1. Неопределенный интеграл .....	127
Первообразная и неопределенный интеграл .....	127
Таблица неопределенных интегралов	
основных элементарных функций .....	128
Основные методы интегрирования .....	129
Задачи для самостоятельной работы .....	147
Вопросы для самоконтроля .....	149
4.2. Определенный интеграл .....	150
Определенный интеграл.	
Методы вычисления определенного интеграла .....	150
Задачи для самостоятельного решения .....	154
Вопросы для самоконтроля .....	155
4.3. Приложение определенного интеграла .....	156
Вычисление площади криволинейной трапеции	
с помощью определенного интеграла .....	156
Вычисление объема тела вращения .....	159
Вычисление длины дуги кривой .....	161
Задачи для самостоятельной работы .....	162
Вопросы для самоконтроля .....	163
4.4. Дифференциальные уравнения .....	163
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными .....	165
Однородные дифференциальные уравнения первого порядка .....	166
Линейные дифференциальные уравнения первого порядка .....	168
Уравнения Бернулли .....	169
Уравнения в полных дифференциалах .....	169
Дифференциальные уравнения высших порядков .....	171
Линейные дифференциальные уравнения второго порядка .....	173
Линейные дифференциальные однородные уравнения	
второго порядка с постоянными коэффициентами .....	176
Задачи для самостоятельной работы .....	178

Вопросы для самоконтроля .....	180
Итоговое тестирование по разделу 4	
«Интегральное исчисление функции одной переменной» .....	182
Список терминов (гlossарий) .....	185
Библиографический список.....	193
Приложение.....	195
Итоговые вопросы по дисциплине.....	195
Контрольная работа по разделу 1 .....	197
Контрольная работа по разделу 2.....	198
Контрольная работа по разделу 3.....	199
Контрольная работа по разделу 4.....	200