

---

Интернет-магазин  
**MAHES**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - нефтегазовые технологии
- 

**Ким А. В., Пименов В. Г.**

*i*-Гладкий анализ и численные методы решения функционально-дифференциальных уравнений. — М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 256 с.

Объектом исследований в данной монографии являются функционально-дифференциальные уравнения, описывающие различные процессы с последействием.

В книге излагаются конструкции *i*-гладкого анализа функционалов применительно к теории функционально-дифференциальных уравнений, приводятся численные алгоритмы решения таких систем и описание соответствующего программного обеспечения — пакетов прикладных программ TIME-DELAY SYSTEM TOOLBOX и BIO-MEDICAL SOFTWARE PACKAGE.

Ответственный редактор  
Рецензент

к.ф.-м.н. **Ложников А.Б.**  
д.ф.-м.н. **Долгий Ю.Ф.**

**ISBN 5-93972-379-9**

© А. В. Ким, В. Г. Пименов, 2004

<http://rcd.ru>  
<http://ics.org.ru>

# Оглавление

<b>Предисловие</b>	6
<b>Основные обозначения</b>	12
<b>Используемые сокращения</b>	16
<b>ГЛАВА 1. Основные конструкции <math>i</math>-гладкого исчисления функционалов</b>	17
1.1. Функционалы на $Q[-\tau, 0)$	17
1.1.1. Регулярные функционалы	18
1.1.2. Сингулярные функционалы	19
1.1.3. Специальные (особые) функционалы	20
1.1.4. Носитель функционала	20
1.2. Функционалы на $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times Q[-\tau, 0)$	21
1.2.1. Регулярные функционалы	21
1.2.2. Сингулярные функционалы	23
1.2.3. Функционалы типа Вольтерра	23
1.2.4. Носитель функционала	24
1.3. Инвариантная производная	24
1.3.1. Инвариантная производная функционалов	25
1.3.2. Примеры	26
1.3.3. Инвариантная непрерывность и инвариантная дифференцируемость	34
1.3.4. Инвариантная производная в классе $B[-\tau, 0]$	36
1.4. Коинвариантная производная	40
1.4.1. Коинвариантная производная функционалов	40
1.4.2. Коинвариантная производная в классе $B[-\tau, 0]$	42
1.4.3. Свойства коинвариантной производной	45
1.4.4. Частные производные высших порядков	47
1.4.5. Формулы $i$ -гладкого исчисления для отображений	49

<b>ГЛАВА 2. Функционально–дифференциальные уравнения</b>	<b>51</b>
2.1. Постановка задачи . . . . .	51
2.1.1. Функционально–дифференциальные уравнения . .	51
2.1.2. Некоторые типы ФДУ . . . . .	52
2.1.3. Моделирование с помощью ФДУ . . . . .	56
2.1.4. Фазовое пространство и условные обозначения ФДУ	66
2.2. Существование и единственность решений ФДУ . . . . .	68
2.2.1. Классические решения . . . . .	69
2.2.2. Решения в смысле Каратеодори . . . . .	76
2.2.3. О методе шагов . . . . .	77
2.3. Гладкость решений и разложение в ряд Тейлора . . . . .	78
2.3.1. Гладкость решений в начальный момент . . . . .	78
2.3.2. Гладкость решений на интервале . . . . .	79
2.3.3. Плотность специальных начальных функций . . .	80
2.3.4. Разложение решений ФДУ в ряд Тейлора . . . . .	82
2.4. Процедура склейки . . . . .	85
2.4.1. Общий случай . . . . .	85
2.4.2. Склейка (модификация) многочленами . . . . .	87
2.4.3. Процедура склейки второго порядка . . . . .	89
2.4.4. Процедура склейки второго порядка для линейно- го ФДУ . . . . .	90
<b>ГЛАВА 3. Численные методы для ФДУ</b> . . . . .	<b>93</b>
3.1. Численные методы типа Рунге–Кутты, многошаговые и другие методы для ФДУ . . . . .	93
3.1.1. Численный метод Эйлера с кусочно-постоянной интерполяцией . . . . .	94
3.1.2. Способы интерполяции и экстраполяции преды- стории дискретной модели . . . . .	97
3.1.3. Явные методы типа Рунге–Кутты . . . . .	104
3.1.4. Порядок невязки ЯРК-методов . . . . .	108
3.1.5. Неявные методы типа Рунге–Кутты . . . . .	111
3.1.6. Многошаговые методы . . . . .	117
3.1.7. Многошаговые методы, не требующие разгона . .	120
3.1.8. Методы Нордсика . . . . .	122
3.1.9. Методы, использующие вычисление старших про- изводных . . . . .	124
3.1.10. Другие методы, основанные на разделении конеч- номерной и бесконечномерной фазовых составля- ющих . . . . .	128

3.2. Общие линейные методы численного решения функционально-дифференциальных уравнений . . . . .	130
3.2.1. Введение . . . . .	130
3.2.2. Дискретная модель и порядок сходимости . . . . .	132
3.2.3. Методика классификации численных моделей ФДУ . . . . .	138
3.2.4. Необходимые и достаточные условия сходимости с порядком $p$ . . . . .	144
3.2.5. Асимптотическое разложение глобальной погрешности . . . . .	149
3.3. Алгоритмы с переменным шагом и некоторые вопросы компьютерной реализации численных моделей . . . . .	157
3.3.1. ЯРК-методы с переменным шагом . . . . .	157
3.3.2. Способы интерполяции и экстраполяции расширенной предыстории дискретной модели . . . . .	162
3.3.3. Выбор длины шага . . . . .	166
3.3.4. Учет аппроксимации функционалов правой части ФДУ . . . . .	171
3.3.5. Тестовые задачи . . . . .	175
<b>ГЛАВА 4. Программная реализация и пакеты прикладных программ . . . . .</b>	<b>187</b>
4.1. Пакет прикладных программ Time-delay System Toolbox . . . . .	187
4.1.1. Введение . . . . .	187
4.1.2. Алгоритмы . . . . .	188
4.1.3. Структура Time-delay System Toolbox . . . . .	188
4.1.4. Описания и тексты некоторых программ . . . . .	189
4.2. Пакет прикладных программ Bio-Medical Software Package . . . . .	210
4.2.1. Назначение и структура пакета программ . . . . .	210
4.2.2. Биомедицинские системы, реализованные в пакете программ . . . . .	211
4.2.3. Интерфейс, реализация и примеры расчета некоторых моделей . . . . .	213
<b>Библиография . . . . .</b>	<b>222</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>240</b>
<b>Именной указатель . . . . .</b>	<b>243</b>