МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Л. И. Аверина, А. А. Лещинский

РАСПРОСТРАНЕНИЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Учебное пособие для вузов

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2011

Содержание

в недиспергирующей недиссипативной среде на достаточно больших расстояниях $l > \lambda A_{\text{хар}}/A$ всегда возникают сильные нелинейные искажения исходного профиля волны.

В случае среды с дисперсией фазовые скорости волн на различных частотах различны, вследствие чего соотношения между фазами гармоник изменяются в пространстве весьма быстро. При нарушении фазового синхронизма нелинейные эффекты не накапливаются, и перекачка энергии очень незначительна. Иными словами, в диспергирующих средах заметных искажений форм волны не происходит. Изучение синхронных взаимодействий волн наибольшее значение имеет в электродинамике, в особенности в нелинейной оптике и физике плазмы, радиофизике, акустике. Теория нелинейных волновых процессов имеет много общего с теорией нелинейных колебаний.

Далее мы будем рассматривать волновые взаимодействия в условиях сильного проявления дисперсии среды.

1. Уравнения для нелинейных волн. Классификация нелинейных эффектов

Для конкретности изложения теории нелинейных волн с дисперсией будем говорить о нелинейной электродинамике немагнитных сред, в частности, о нелинейной оптике. Таким образом, будем считать, что нелинейность будет проявляться для электрического поля.

Основными уравнениями для электромагнитных полей в нелинейном диэлектрике по-прежнему являются уравнения Максвелла.

$$rot\ \boldsymbol{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$rot\ \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

ђqdqyeY bЀ dedЀbYзe d ɛaɑbcy ЭqdqYqyè

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E} + 4\pi\boldsymbol{P}, \qquad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{H}. \tag{1.3}$$

Только теперь связь поляризации среды $\boldsymbol{P}$ с сильным электрическим полем $\boldsymbol{E}$ становится нелинейной.

В линейном приближении при учёте временной (частотной) дисперсии материальное уравнение согласно принципу причинности может быть записано в виде:

$$\boldsymbol{P}^{\text{л}}(t) = \int_0^\infty \hat{\chi}\ (\tau)\,\boldsymbol{E}(t-\tau)d\tau, \tag{1.4}$$

где $\hat{\chi}$ – тензор линейной *диэлектрической восприимчивости* среды. В сильных полях поляризация среды будет содержать помимо линейного члена также нелинейные члены:

$$\boldsymbol{P}^{\text{нл}} = \boldsymbol{P}^{(2)} + \boldsymbol{P}^{(3)} + \boldsymbol{P}^{(4)} + \cdots, \tag{1.5}$$

где $\boldsymbol{P}^{(j)}$ – нелинейные части поляризации j-го порядка (квадратичная, кубичная и т.д.), для которых можно записать феноменологические выражения по аналогии с (1.4):

$$\boldsymbol{P}^{(2)}(t) = \iint_0^\infty d\tau_1 d\tau_2\, \hat{\chi}^{(2)}\,(\tau_1, \tau_2)\,\boldsymbol{E}(t-\tau_1)\boldsymbol{E}(t-\tau_1-\tau_2), \tag{1.6}$$

$$\boldsymbol{P}^{(3)}(t) = \iint_0^\infty d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3\, \hat{\chi}^{(3)}\,(\tau_1, \tau_2, \tau_3)\,\boldsymbol{E}(t-\tau_1)\boldsymbol{E}(t-\tau_1-\tau_2) \\ \boldsymbol{E}(t-\tau_1-\tau_2-\tau_3). \tag{1.7}$$

Здесь $\hat{\chi}^{(2)}$, $\hat{\chi}^{(3)}$,… – тензоры нелинейных восприимчивостей: квадратичной, кубичной и т.д.

Рассмотрим нелинейный отклик среды при распространении в ней нескольких монохроматических плоских волн:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{2}\sum_{i=-N}^{N} \boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r})\,e^{j\omega_i t}, \tag{1.8}$$

где $i \neq 0$ и $\boldsymbol{E}_i$=$\boldsymbol{E}_i^*$. Волны (1.8) возбуждают в среде, как видно из (1.3)–(1.7), волны линейной и нелинейной поляризации:

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{2}\sum_q \boldsymbol{P}_q(\boldsymbol{r})\, e^{j\omega_i t} \tag{1.9}$$

на комбинационных частотах

$$\omega_q = \sum_{i=-N}^{N} m_i\omega_i\,, \qquad \sum_{i=-N}^{N} m_i = n, \tag{1.10}$$

где n – порядок нелинейности члена. В результате процессов переизлучения в нелинейной среде возбудятся электромагнитные волны на тех же комбинационных частотах. Возбуждению высших гармоник соответствуют $m_i = 1,\ \omega_i = \omega_1$.

Вновь появившиеся волны в свою очередь могут принять участие во взаимодействии с другими волнами. Несмотря на сложность общей картины, можно провести классификацию нелинейных волновых эффектов по типу нелинейности, на которой развивается волновой процесс, и по числу волн, участвующих во взаимодействии. С этой целью рассмотрим структуру линейной и нелинейной поляризации среды.

Линейная часть поляризации возбуждается каждым из электромагнитных полей (1.8):

$$\boldsymbol{P}^{\text{л}}(t) = \int_0^\infty \hat{\chi}\ (\tau)\ \frac{1}{2}\sum_{i=-N}^{N} \boldsymbol{E}_i\, e^{j\omega_i(t-\tau)}d\tau =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=-N}^{N} \boldsymbol{E}_i e^{j\omega_i t}\int_0^\infty \hat{\chi}\ (\tau)\ e^{-j\omega_i\tau}d\tau = \frac{1}{2}\sum_{i=-N}^{N} \hat{\chi}(\omega_i)\boldsymbol{E}_i e^{j\omega_i t}$$

или с учётом (1.9)

$$\boldsymbol{P}_q^{\text{л}} = \hat{\chi}(\omega_q)\boldsymbol{E}_q. \tag{1.11}$$

Квадратичная нелинейность. В такой среде возникает квадратичная по полю поляризация $\boldsymbol{P}^{(2)}$ (1.6). Подставим (1.8) в (1.6):

ђqdqyэY bĘ dэqĘbYэə d εɑɑqɔɣ ∃qdqYqɣè