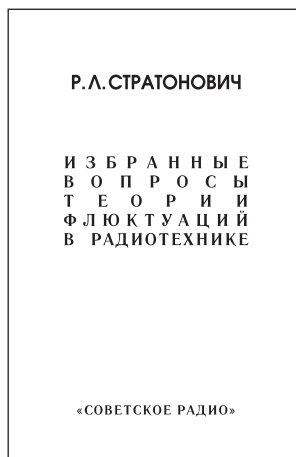


УДК 530.1  
ББК 22.31  
С 833



**Стратонович Р. Л.**

Случайные процессы в динамических системах / Под ред. Ю. Л. Климонтовича, Ю. М. Романовского. — М.—Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. — 592 с.

Монография посвящена теории флуктуационных процессов в динамических системах. В начале излагается необходимый математический аппарат. Применительно к динамическим системам используется специально разработанный автором аппарат процессов Маркова. Обсуждается условие его применимости и эффективности. В книге рассмотрена теория нелинейных преобразований флуктуационных и регулярных сигналов, воздействие шума на электронные реле и теория работы автоколебательных систем при наличии случайных воздействий.

Книга предназначена для научных работников, инженеров и аспирантов, работающих в областях электроники, кибернетики и связи. Она может быть полезной для физиков и математиков, интересующихся теорией случайных процессов.

Репринтное издание (ориг. издание: М.: Сов. Радио, 1961).

**ISBN 978-5-93972-699-3**

© Институт компьютерных исследований, 2009

© Ю. М. Романовский, ред.-сост., 2009

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к новому изданию . . . . .	iii
Предисловие . . . . .	3
<b>Глава 1. Математический аппарат для исследования флуктуационных процессов . . . . .</b>	<b>7</b>
§ 1. Случайная функция и ее статистические характе- ристики . . . . .	7
1. Способы описания случайной величины . . . . .	7
2. Корреляции между случайными величинами . . . . .	13
3. Случайная функция и способы ее описания . . . . .	18
§ 2. Стационарный случайный процесс и спектральная интенсивность . . . . .	23
1. Основные понятия . . . . .	23
2. Вычисление спектральной плотности при помощи преобразования Лапласа . . . . .	28
3. Случайный спектр и его связь со спектральной ин- тенсивностью . . . . .	29
4. Усреднение стационарных случайных процессов по времени . . . . .	33
5. Парные корреляции нескольких случайных процессов . . . . .	37
§ 3. Гауссовы и негауссовы случайные процессы. Квази- моментные функции . . . . .	40
1. Нормальная случайная функция и ее плотности распределения . . . . .	40
2. Условные корреляционные функции нормального процесса . . . . .	44
3. Негауссов случайный процесс и квазимоментные функции . . . . .	47
§ 4. Процессы Маркова и родственные им случайные процессы . . . . .	53
1. Определение процесса Маркова и стохастическое уравнение . . . . .	53
2. Дельта-коррелированные случайные функции . . . . .	58
3. Уравнение Фоккера—Планка и уравнение Колмо- горова . . . . .	59
4. Решение уравнения Фоккера—Планка . . . . .	63
5. Многомерное уравнение Фоккера—Планка . . . . .	72
6. Задачи, связанные с достижением границ . . . . .	76
7. Замена реального случайного процесса процессом Маркова. Частный случай . . . . .	80
	575

8. Замена реального случайного процесса процессом Маркова. Общий случай . . . . .	86
9. Система уравнений для нескольких случайных процессов . . . . .	96
10. Нормальные процессы Маркова . . . . .	100
11. Флюктуационное уравнение второго порядка и решение двумерного уравнения Фоккера—Планка в частных случаях . . . . .	104
12. Переход от процесса Маркова к сглаженному процессу . . . . .	118
§ 5. Нестационарные случайные процессы . . . . .	122
1. Процессы с медленными нестационарными изменениями . . . . .	122
2. Процессы установления . . . . .	123
3. Процессы со стационарными приращениями . . . . .	124
4. Периодически нестационарные случайные процессы . . . . .	130
§ 6. Системы случайных точек и связанные с ними случайные функции . . . . .	133
1. Способы описания системы случайных точек . . . . .	133
2. Случайные функции, построенные на основе системы случайных точек . . . . .	140
3. Точки, распределенные по закону Пуассона. Дробовой шум . . . . .	143
4. Системы случайных точек, полностью определяемые первыми двумя моментами . . . . .	147
5. Спектральная плотность последовательности импульсов . . . . .	150
§ 7. Узкополосные случайные процессы . . . . .	164
1. Эквивалентность узкополосной случайной функции двум медленно меняющимся процессам . . . . .	164
2. Узкополосные случайные процессы, определяемые дифференциальными уравнениями . . . . .	172
3. Амплитуда и фаза узкополосного процесса. Релеевские флюктуации . . . . .	177
4. Квазирелеевский флюктуационный процесс . . . . .	183
<b>Глава 2. Преобразование флюктуаций и полезного сигнала нелинейными радиотехническими элементами . . . . .</b>	<b>187</b>
§ 8. Методы анализа безынерционных нелинейных преобразований . . . . .	187
1. Преобразование плотностей вероятности . . . . .	189
2. Моментные функции при полиномиальном преобразовании . . . . .	192
3. Моментные функции при кусочно-разрывных преобразованиях. Прямой метод . . . . .	201
4. Вычисление моментных функций при экспоненциальном преобразовании. Метод Райса . . . . .	212
§ 9. Методы анализа инерционных нелинейных преобразований Детектирование случайных сигналов . . . . .	222

1. Воздействие узкополосного процесса на детектор. Метод огибающей . . . . .	224
2. Метод малой нелинейности . . . . .	234
3. Метод уравнения Фоккера—Планка . . . . .	240
4. Детектирование гармонического сигнала и шума с малым временем корреляции . . . . .	244
5. Случай промежуточных времен корреляции . . . . .	248
<b>Глава 3. Выбросы случайной функции и воздействие шума на электронное реле . . . . .</b>	<b>263</b>
§ 10. Среднее число выбросов случайной функции . . . . .	264
1. Число выбросов плавно меняющегося случайного процесса . . . . .	264
2. Среднее число серий выбросов для процессов Маркова . . . . .	267
3. Примеры применения формулы, определяющей частоту повторения серий . . . . .	276
§ 11. Длительность выбросов случайных процессов Маркова . . . . .	279
1. Число выбросов марковского процесса с длительностью, превышающей фиксированную величину . . . . .	280
2. Примеры . . . . .	285
3. Ненормированная плотность распределения выбросов по длительности . . . . .	293
4. Связь распределения выбросов по длительности с корреляционной функцией ограниченного процесса . . . . .	295
5. Выбросы сглаженного процесса . . . . .	299
§ 12. Воздействие плавно меняющихся флуктуаций на реле с высоким уровнем срабатывания . . . . .	301
1. Распределение выбросов гладких флуктуаций по длительности . . . . .	302
2. Другие методы исследования выбросов плавных флуктуаций . . . . .	310
3. Площадь выбросов над уровнем срабатывания . . . . .	319
4. Воздействие импульсных сигналов и флуктуационных помех на электронное реле. Время нечувствительности . . . . .	324
5. Нестабильность момента срабатывания реле, вызванная прибавлением флуктуаций к полезному импульсу . . . . .	331
<b>Глава 4. Нелинейные автоколебания при наличии флуктуаций . . . . .</b>	<b>337</b>
§ 13. Основные уравнения, описывающие работу генератора при наличии флуктуаций . . . . .	337
1 Предварительные замечания . . . . .	337
2. Пример автоколебательной системы Ламповый генератор . . . . .	340
3. Уравнения в стандартной форме и упрощенные уравнения . . . . .	347

4. Упрощение флюктуационных членов . . . . .	355
§ 14. Методы решения упрощенных уравнений . . . . .	363
1. Флюктуации амплитуды как процесс Маркова. Уравнение Фоккера—Планка . . . . .	363
2. Метод линеаризации . . . . .	370
3. Квазистатистический метод . . . . .	376
4. Таблица применимости различных методов . . . . .	382
§ 15. Влияние собственных флюктуаций на работу генератора . . . . .	385
1. Малая интенсивность дробовых флюктуаций и линеаризованное уравнение . . . . .	386
2. Дробовые флюктуации в пренебрежении периодическими изменениями анодного тока . . . . .	392
3. Периодическая нестационарность дробового шума . . . . .	399
4. О влиянии флюктуаций амплитуды на диффузию фазы . . . . .	403
§ 16. Воздействие интенсивных внешних флюктуаций на генератор . . . . .	406
1. Флюктуации фазы при подаче шума на колебательный контур . . . . .	407
2. Воздействие шума на сетку генератора. Разброс амплитуды . . . . .	415
3. Корреляционная функция амплитуды и спектральная плотность . . . . .	423
§ 17. Влияние медленных флюктуаций и техническая нестабильность частоты . . . . .	428
1. Уравнения, описывающие автоколебания при флюктуациях анодного напряжения . . . . .	430
2. Корреляционная функция и спектр сигнала при гауссовых флюктуациях частоты . . . . .	434
3. Влияние фликкер шума лампы на частоту . . . . .	438
4. Случай больших независимых приращений фазы . . . . .	441
5. Малые независимые фазовые приращения . . . . .	445
6. Модуляция автоколебаний шумом . . . . .	450
§ 18. Синхронизация генератора при наличии помех . . . . .	456
1. Основные уравнения. Малые отклонения от синхронного режима в приближении линеаризации . . . . .	457
2. Стационарное распределение фазы и средняя частота . . . . .	468
3. Большие отклонения фазы и диффузия числа колебаний . . . . .	479
4. Случай большого синхронизирующего воздействия . . . . .	490
§ 19. Параметрические колебания . . . . .	502
1. Линейные параметрические колебания. Основные уравнения . . . . .	504
2. Узкополосные колебания параметров, близкие к гармоническим . . . . .	507
3. Быстрые флюктуации параметров. Применение стохастических методов . . . . .	511

4. Одновременное присутствие как гармонического, так и флюктуационного параметрического воздействия .	517
5. Плотность распределения амплитуды. Влияние нелинейности . . . . .	526
6. Двухконтурные параметрические системы. Параметрические усилители . . . . .	529
Приложение . . . . .	545
Принятые обозначения . . . . .	546
Дополнение 1 (к п. 4 § 4) . . . . .	548
Дополнение 2 (к п. 5 § 11) . . . . .	551
Дополнение 3 (к § 13) . . . . .	556
Дополнение 4 (к § 14) . . . . .	562
Дополнение 5 (к § 18) . . . . .	564
Литература . . . . .	569
Предметный указатель . . . . .	572