

Алгоритм топологической оптимизации композитных конструкций, основанный на анализе главных напряжений

© П.А. Косых¹, А.В. Азаров^{1,2}

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

² АО Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения, Московская обл., Хотьково, 141371, Россия

При проектировании изделий из композиционных материалов конструктору необходимо продумывать не только их форму, но и направление укладки волокон для каждого из их элементов. Для того чтобы разрешить эту проблему, сформулирована и приведена задача топологической оптимизации в ортотропной постановке. Предложено ее решение, заключающееся в проведении топологической оптимизации конструкции и последующем выравнивании углов ее армирования в соответствии с направлением действия наибольших главных напряжений. Описаны основные особенности решения поставленной задачи, продемонстрированы результаты ее решения, полученные с помощью предложенного метода, а также выполнена оценка его эффективности. Кроме того, приведены альтернативные подходы к решению рассматриваемой задачи, такие как оптимизация в изотропной постановке, оптимизация с использованием фильтра Хевисайда, оптимизация двухслойной пластины. Для альтернативных подходов также представлены результаты решения задачи. Установлено, что наилучшей сходимостью обладает метод оптимизации в изотропной постановке, а наименьшее значение целевой функции достигается при использовании метода оптимизации двухслойной пластины.

Ключевые слова: топологическая оптимизация, оптимальное проектирование, тело переменной плотности, SIMP, аддитивные технологии, метод конечных элементов

Введение. В настоящее время наблюдается развитие технологий производства композитных конструкций, позволяющих варьировать угол армирования изделия в каждой его точке. К ним относятся такие технологии, как 3D-печать и автоматизированная выкладка армирующих волокон и лент (AFP/ATL) [1, 2]. С их помощью можно получать изделия, в которых армирующие волокна выложены в направлении действия нагрузок, благодаря чему наиболее полно реализуются свойства волокон. Возможность адаптировать структуру конструкции к условиям нагружения и тем самым увеличивать весовую эффективность изделия выгодно отличает данные технологии от традиционных процессов изготовления изделий из полимерных композиционных материалов (ПКМ). Кроме того, в связи с тем, что можно управлять углом укладки волокна в каждой точке изделия, удастся реализовать наилучшую силовую схему конструкции, соответствующую прикладываемым нагрузкам. Однако при этом перед конструктором встает

задача определения такой схемы. Один из подходов к ее решению — совместное выполнение топологической оптимизации (ТО) и определения наилучшего угла армирования в каждой точке изделия. Далее будем называть ее задачей оптимизации силовой схемы конструкции (ОССК).

Следует отметить, что разные исследователи предложили свои способы решения данной задачи. Так, в работе [3] А. Сафонов предлагает решать задачу ТО с введением параметра плотности материала (аналогично SIMP-методу), а угол армирования определять исходя из главных напряжений каждого элемента. В статье А.В. Азарова [4] топология определяется методом пропорциональной оптимизации, а углы укладки волокна также совпадают с направлением главных напряжений. В [5] приведено решение задачи ТО методом Level-Set, при этом армирующее волокно ориентируется вдоль границ получающейся на каждой итерации конструкции. В работах [6, 7] рассматривается решение задачи ТО SIMP-методом с дальнейшей оптимизацией распределения углов армирования методом градиентного спуска. В статье [8] авторы предлагают определять оптимальный угол армирования для каждой точки путем выбора из дискретного набора наилучшего угла.

Цель данной работы — представить алгоритм решения задачи ОССК для конструкции из ортотропного композиционного материала (КМ), основанный на топологической оптимизации SIMP-методом и определении углов армирования из анализа напряженного состояния изделия. Даны описание нескольких различных реализаций данного алгоритма, а также сравнение их эффективности.

Постановка задачи. Приведем описание постановки задачи ОССК, являющейся расширением задачи ТО для ортотропного материала и имеющей с ней много общего (рис. 1).

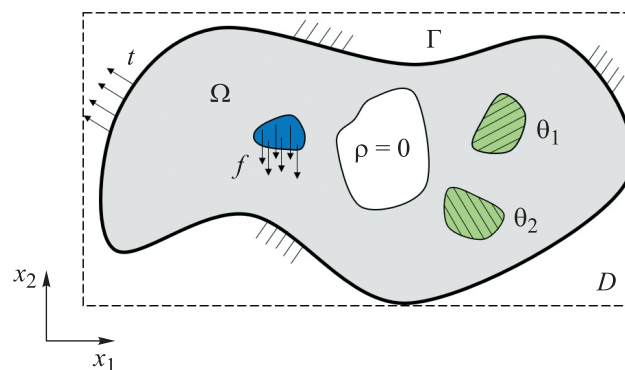


Рис. 1. Иллюстрация к постановке задачи ОССК с учетом распределения углов армирования

Пусть для изделия из ортотропного материала внутри рабочей области D ищется оптимальная по некоторому критерию конструкция Ω , имеющая границу Γ . Для этой рабочей области определены места креплений и приложения нагрузок в виде объемных $f(x)$ и поверхностных $t(x)$ сил (x — координата точки). Под действием этих сил возникает поле перемещений $u(x)$. Решение ищется в виде распределения материала и углов армирования внутри области D .

В данной работе для реализации ТО выбран SIMP-метод. В оригинальном методе оптимизация конструкции происходит путем варьирования одной проектной переменной — распределения плотности $\rho(x)$. В предложенном подходе к решению задачи добавляется еще одна проектная переменная — распределение углов армирования $\theta(x)$ (см. рис. 1).

В качестве целевой функции будем использовать податливость конструкции, т. е. энергию ее деформации. Таким образом, близость к минимуму податливости будет являться критерием оптимальности полученного решения. За ограничение задачи оптимизации примем максимальный объем конструкции V .

Выражение для податливости $l(u)$, определяющейся через работу внешних сил над упругим телом, имеет следующий вид:

$$l(u) = \int_{\Omega} f u d\Omega + \int_{\Gamma} t u d\Gamma. \quad (1)$$

Потенциальная энергия деформации $a(u, u)$ определяется по формуле

$$a(u, u) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{kl}(u) d\Omega, \quad (2)$$

где $E_{ijkl}(\rho, \theta)$ — тензор упругих постоянных; $\varepsilon_{ij}(u)$ — деформации тела, $\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$.

Условие равновесия тела определяется так: $a(u, v) = l(v)$, где v — кинематически допустимые перемещения.

С учетом введенных целевой функции и ограничений постановка задачи ОССК примет следующий вид:

$$\begin{cases} \min l(u); \\ a(u, v) = l(v); \\ E_{ijkl} = E_{ijkl}(\rho, \theta); \\ \int_{\Omega} d\Omega \leq V. \end{cases} \quad (3)$$