

УДК 51(075.8)

ББК 22я73

В93

Авторы:

В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева, Ю. В. Шапарь, И. А. Шестакова

Рецензенты:

кафедра прикладной математики Уральского государственного экономического университета (завкафедрой, канд. физ.-мат. наук, доцент Ю. Б. Мельников); канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. И. Н. Белоусов (Институт математики и механики УрО РАН)

Научный редактор — доц., канд. физ.-мат. наук Б. М. Веретенников

В93

Высшая математика [Электронный ресурс]: учебное пособие /

В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева, Ю. В. Шапарь, И. А. Шестакова. — 2-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2018. — Ч. I. — 296 с.

ISBN 978-5-9765-3555-8 (ФЛИНТА, ч. 1)

ISBN 978-5-9765-3556-5 (ФЛИНТА, общий)

ISBN 978-5-7996-1779-0 (Изд-во Урал. ун-та, ч. 1)

ISBN 978-5-7996-1778-3 (Изд-во Урал. ун-та, общий)

Учебное пособие включает в себя основные разделы высшей математики: введение в математический анализ, теория функций одной переменной, теория функций нескольких переменных, векторная алгебра, аналитическая геометрия. После каждого раздела предлагаются упражнения для самостоятельного решения. Предназначено для студентов инженерных направлений и специальностей УрФУ.

Библиогр.: 10 назв. Табл. 5. Рис. 92.

УДК 51(075.8)

ББК 22я73

Учебное издание

Белоусова Вероника Игоревна, **Ермакова** Галина Михайловна,
Михалева Марина Михайловна, **Шапарь** Юлия Викторовна,
Шестакова Ирина Александровна

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Редактор Н. П. Кубыщенко
Верстка О. П. Игнатъевой

Подписано в печать 08.11.2017.

Электронное издание для распространения через Интернет.

ООО «ФЛИНТА», 117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д. 17-Б, комн. 324.

Тел./факс: (495) 334-82-65; тел. (495) 336-03-11.

E-mail: flinta@mail.ru; WebSite: www.flinta.ru

ISBN 978-5-9765-3555-8 (ФЛИНТА, ч. 1)

ISBN 978-5-9765-3556-5 (ФЛИНТА, общий)

ISBN 978-5-7996-1779-0 (Изд-во Урал. ун-та, ч. 1)

ISBN 978-5-7996-1778-3 (Изд-во Урал. ун-та, общий)

© Уральский федеральный университет, 2016

Оглавление

| | |
|--|----|
| Список обозначений..... | 6 |
| Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ..... | 7 |
| 1. Множества. Операции над множествами..... | 7 |
| 1.1. Элементы теории множеств. Основные определения ... | 7 |
| 1.2. Операции над множествами..... | 8 |
| 2. Функции. Элементарные функции..... | 12 |
| 2.1. Способы задания функции..... | 13 |
| 2.2. Некоторые свойства функции..... | 13 |
| 2.3. Элементарные функции..... | 15 |
| 2.4. Построение графиков функций с помощью их свойств..... | 22 |
| 2.5. Гиперболические функции..... | 28 |
| 3. Числовые последовательности..... | 31 |
| 4. Предел последовательности. Предел функции..... | 34 |
| 4.1. Основные определения и теоремы..... | 34 |
| 4.2. Вычисление пределов..... | 44 |
| 4.3. Сравнение бесконечно малых функций..... | 48 |
| 5. Непрерывность функции..... | 53 |
| 5.1. Точки разрыва функции..... | 53 |
| 5.2. Непрерывность функции на множестве..... | 55 |
| Глава 2. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ..... | 60 |
| 1. Производная и дифференциал функции..... | 60 |
| 1.1. Дифференцируемость функции в точке..... | 61 |
| 1.2. Приложения производной к задачам геометрии и механики..... | 63 |
| 1.3. Правила дифференцирования..... | 64 |
| 1.4. Обратная функция. Производная обратной функции..... | 65 |
| 1.5. Техника дифференцирования..... | 68 |
| 1.6. Логарифмическое дифференцирование..... | 72 |

| | |
|---|----|
| 2. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически | 76 |
| 3. Производные и дифференциалы высших порядков..... | 78 |
| 3.1. Производные высших порядков | 78 |
| 3.2. Дифференциалы высших порядков | 80 |
| 4. Формула Тейлора | 82 |
| 5. Правило Лопиталю..... | 88 |
| 6. Исследование функций. Построение графиков | 92 |

**Глава 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.....** 99

| | |
|--|-----|
| 1. Основные понятия | 99 |
| 2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных | 108 |
| 3. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных | 116 |
| 3.1. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных .. | 116 |
| 3.2. Дифференцирование сложных функций..... | 130 |
| 3.3. Дифференцирование неявно заданных функций | 137 |
| 3.4. Производная по направлению. Градиент | 141 |
| 4. Производные и дифференциалы высших порядков..... | 146 |
| 4.1. Производные высших порядков | 146 |
| 4.2. Дифференциалы высших порядков | 154 |
| 4.3. Формула Тейлора для функции нескольких переменных..... | 159 |
| 5. Экстремум функции нескольких переменных..... | 165 |
| 5.1. Локальный экстремум функции нескольких переменных..... | 165 |
| 5.2. Абсолютный экстремум функции нескольких переменных..... | 172 |
| 5.3. Условный экстремум функции нескольких переменных..... | 175 |

| | |
|--|-----|
| Глава 4. АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ... | 179 |
| 1. Векторная алгебра | 179 |
| 1.1. Определители второго и третьего порядка | 179 |
| 1.2. Векторы. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов..... | 183 |
| 1.3. Векторное произведение векторов..... | 189 |
| 1.4. Смешанное произведение векторов | 192 |
| 2. Аналитическая геометрия | 196 |
| 2.1. Уравнение плоскости | 196 |
| 2.2. Уравнения прямой в пространстве | 198 |
| 2.3. Метрические задачи аналитической геометрии в пространстве | 200 |
| 2.4. Уравнения прямой на плоскости | 208 |
| 2.5. Кривые второго порядка | 209 |
| 2.6. Поверхности второго порядка..... | 217 |
| 3. Алгебраические структуры..... | 222 |
| 3.1. Понятие алгебраической структуры | 222 |
| 3.2. Комплексные числа | 225 |
| 3.3. Кольцо многочленов | 230 |
| 3.4. Алгебра матриц | 238 |
| 3.5. Определители n -го порядка..... | 253 |
| 4. Строение линейного пространства | 258 |
| 4.1. Определение линейного пространства | 258 |
| 4.2. Линейная зависимость | 261 |
| 4.3. Конечномерное линейное пространство..... | 266 |
| 4.4. Ранг матрицы | 270 |
| 4.5. Общая теория систем линейных уравнений (СЛУ).. | 283 |
| Список литературы | 296 |