

УДК 51(075.8)

ББК 22я73

В93

Авторы:

В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева, Ю. В. Шапарь, И. А. Шестакова

Рецензенты:

кафедра прикладной математики Уральского государственного экономического университета (завкафедрой, канд. физ.-мат. наук, доцент Ю. Б. Мельников); канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. И. Н. Белоусов (Институт математики и механики УрО РАН)

Научный редактор — доц., канд. физ.-мат. наук Б. М. Веретенников

В93 Высшая математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева, Ю. В. Шапарь, И. А. Шестакова. — 2-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2018. — Ч. I. — 296 с.

ISBN 978-5-9765-3555-8 (ФЛИНТА, ч. 1)

ISBN 978-5-9765-3556-5 (ФЛИНТА, общий)

ISBN 978-5-7996-1779-0 (Изд-во Урал. ун-та, ч. 1)

ISBN 978-5-7996-1778-3 (Изд-во Урал. ун-та, общий)

Учебное пособие включает в себя основные разделы высшей математики: введение в математический анализ, теория функций одной переменной, теория функций нескольких переменных, векторная алгебра, аналитическая геометрия. После каждого раздела предлагаются упражнения для самостоятельного решения. Предназначено для студентов инженерных направлений и специальностей УрФУ.

Библиогр.: 10 назв. Табл. 5. Рис. 92.

УДК 51(075.8)

ББК 22я73

Учебное издание

Белоусова Вероника Игоревна, **Ермакова** Галина Михайловна,
Михалева Марина Михайловна, **Шапарь** Юлия Викторовна,
Шестакова Ирина Александровна

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Редактор Н. П. Кубыщенко

Верстка О. П. Игнатевой

Подписано в печать 08.11.2017.

Электронное издание для распространения через Интернет.

ООО «ФЛИНТА», 117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д. 17-Б, комн. 324.

Тел./факс: (495) 334-82-65; тел. (495) 336-03-11.

E-mail: flinta@mail.ru; WebSite: www.flinta.ru

ISBN 978-5-9765-3555-8 (ФЛИНТА, ч. 1)

ISBN 978-5-9765-3556-5 (ФЛИНТА, общий)

ISBN 978-5-7996-1779-0 (Изд-во Урал. ун-та, ч. 1)

ISBN 978-5-7996-1778-3 (Изд-во Урал. ун-та, общий)

© Уральский федеральный
университет, 2016

Оглавление

Список обозначений.....	6
Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ	7
1. Множества. Операции над множествами.....	7
1.1. Элементы теории множеств. Основные определения ...	7
1.2. Операции над множествами.....	8
2. Функции. Элементарные функции	12
2.1. Способы задания функции.....	13
2.2. Некоторые свойства функции.....	13
2.3. Элементарные функции	15
2.4. Построение графиков функций с помощью их свойств	22
2.5. Гиперболические функции	28
3. Числовые последовательности	31
4. Предел последовательности. Предел функции	34
4.1. Основные определения и теоремы.....	34
4.2. Вычисление пределов	44
4.3. Сравнение бесконечно малых функций	48
5. Непрерывность функции	53
5.1. Точки разрыва функции.....	53
5.2. Непрерывность функции на множестве	55
Глава 2. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.....	60
1. Производная и дифференциал функции	60
1.1. Дифференцируемость функции в точке	61
1.2. Приложения производной к задачам геометрии и механики	63
1.3. Правила дифференцирования	64
1.4. Обратная функция. Производная обратной функции	65
1.5. Техника дифференцирования	68
1.6. Логарифмическое дифференцирование	72

2. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически	76
3. Производные и дифференциалы высших порядков.....	78
3.1. Производные высших порядков	78
3.2. Дифференциалы высших порядков	80
4. Формула Тейлора	82
5. Правило Лопиталя.....	88
6. Исследование функций. Построение графиков	92

Глава 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.....99

1. Основные понятия	99
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных	108
3. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	116
3.1. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных ..	116
3.2. Дифференцирование сложных функций.....	130
3.3. Дифференцирование неявно заданных функций	137
3.4. Производная по направлению. Градиент	141
4. Производные и дифференциалы высших порядков.....	146
4.1. Производные высших порядков	146
4.2. Дифференциалы высших порядков	154
4.3. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.....	159
5. Экстремум функции нескольких переменных.....	165
5.1. Локальный экстремум функции нескольких переменных.....	165
5.2. Абсолютный экстремум функции нескольких переменных.....	172
5.3. Условный экстремум функции нескольких переменных.....	175

Глава 4. АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ...	179
1. Векторная алгебра	179
1.1. Определители второго и третьего порядка	179
1.2. Векторы. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов.....	183
1.3. Векторное произведение векторов.....	189
1.4. Смешанное произведение векторов	192
2. Аналитическая геометрия	196
2.1. Уравнение плоскости	196
2.2. Уравнения прямой в пространстве	198
2.3. Метрические задачи аналитической геометрии в пространстве	200
2.4. Уравнения прямой на плоскости	208
2.5. Кривые второго порядка	209
2.6. Поверхности второго порядка.....	217
3. Алгебраические структуры.....	222
3.1. Понятие алгебраической структуры	222
3.2. Комплексные числа.....	225
3.3. Кольцо многочленов	230
3.4. Алгебра матриц	238
3.5. Определители n -го порядка.....	253
4. Строение линейного пространства	258
4.1. Определение линейного пространства	258
4.2. Линейная зависимость	261
4.3. Конечномерное линейное пространство.....	266
4.4. Ранг матрицы	270
4.5. Общая теория систем линейных уравнений (СЛУ)..	283
Список литературы	296