

УДК 514.17  
ББК 22.151  
Л42

---

Интернет-магазин

MAFFESIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - нефтегазовые технологии
- 

**Одинец В. П., Шлензак В. А.**

Основы выпуклого анализа / Авториз. пер. с польск. В. П. Одинца при участии М. Я. Якубсона / Под ред. В. Н. Исакова. — М.–Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 520 с.

Книга В. П. Одинца и В. А. Шлензака является введением в современную теорию выпуклого анализа, возникшую в середине XX века на стыке классического анализа, геометрии, теоретико-множественной топологии и динамических систем. Эта теория служит основой классического линейного и нелинейного программирования и вычислительных методов корректных и некорректных экстремальных задач.

Данное издание расширено с учетом результатов, появившихся после ее выхода на польском языке. Книга представляет интерес как для профессиональных математиков, так и для информатиков, инженеров и экономистов. Она доступна студентам старших курсов университетов (классических и технических), а также педвузов.

**ISBN 978-5-4344-0027-5**

**ББК 22.151**

© В. П. Одинец, В. А. Шлензак, 2011

© В. П. Одинец, М. Я. Якубсон, перевод на русский язык, 2011

© В. П. Одинец, послесловие, 2011

© Институт компьютерных исследований, 2011

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

Предисловие к русскому изданию . . . . .	9
<b>Часть I. Основные понятия и методы выпуклого анализа</b>	<b>11</b>
Введение . . . . .	13
ГЛАВА I. Элементарные свойства выпуклых множеств . . . . .	15
§ 1. Линейные пространства и их сопряженные . . . . .	15
§ 2. Выпуклые множества . . . . .	25
§ 3. Ядра множеств линейного пространства . . . . .	43
ГЛАВА II. Элементарные свойства выпуклых функций . . . . .	52
§ 4. Выпуклые функции . . . . .	52
§ 5. Существование и единственность минимума выпуклой функции . . . . .	61
§ 6. Свойства множества $\text{conv}(A)$ . Сублинейные функции . . . . .	69
§ 7. Теоремы отделимости . . . . .	76
ГЛАВА III. Элементы теории упорядоченных пространств . . . . .	83
§ 8. Клинья и выпуклые конусы . . . . .	83
§ 9. Сублинейные операторы и суперлинейные мультифункции . . . . .	87
§ 10. Векторные решетки . . . . .	101
ГЛАВА IV. Простейшие применения выпуклого анализа . . . . .	118
§ 11. Теоремы о продолжении. Опорные гиперплоскости . . . . .	118
§ 12. Субградиент и субпроизводная . . . . .	127
§ 13. Применение теорем об отделимости к системам уравнений и неравенств . . . . .	132
§ 14. Производные по направлению и точки гладкости . . . . .	138
§ 15. Экстремальные множества . . . . .	149

<b>ГЛАВА V. Выпуклый анализ в программировании</b> . . . . .	165
§ 16. Выпуклое и линейное программирование . . . . .	165
§ 17. Расширение линейной программы . . . . .	178
§ 18. Симплекс-алгоритм . . . . .	187
§ 19. Задачи линейного параметрического программирования . . . . .	198
§ 20. Двойственность в математическом программировании . . . . .	205
Упражнения . . . . .	219
Комментарий к литературе глав I–V . . . . .	220
Основная литература к главам I–V . . . . .	222
Дополнительная литература к главам I–V . . . . .	226
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ A. Введение в аксиоматическую теорию выпуклости</b>	246
Литература к приложению A . . . . .	258
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ B. Модуль выпуклости. Равномерно выпуклые пространства. Чебышевские множества и подпространства</b> . . . . .	260
Литература к приложению B . . . . .	268
<b>Часть II. Применения выпуклого анализа в теории минимальных проекторов и теории селекторов</b>	<b>271</b>
<b>Предисловие ко второй части</b> . . . . .	273
<b>ГЛАВА VI. Обзор основных фактов выпуклого анализа на топологическом языке</b> . . . . .	274
§ 21. Выпуклые множества и их отделимость . . . . .	274
§ 22. Выпуклые функции . . . . .	279
§ 23. Огибающая аффинных непрерывных функций . . . . .	283
§ 24. Сопряженные функции (поляры) . . . . .	285
§ 25. Субдифференцируемость . . . . .	289
§ 26. Оптимизация на выпуклых функциях . . . . .	294
Упражнения . . . . .	295
Литература к главе VI . . . . .	296
<b>ГЛАВА VII. Применение выпуклого анализа в теории минимальных проекторов</b> . . . . .	297
Введение . . . . .	297
§ 27. О классе операторов $I - f \otimes r$ . . . . .	307
§ 28. $(B, f)$ -задача. Общие положения . . . . .	311
§ 29. $(B, f)$ -задача для пространства $B = l_\infty^n$ . . . . .	315

§ 30. $(B, f)$ -задача для пространства $B = l_1^n$ . . . . .	318
§ 31. Критерий единственности минимальных проекторов в $l_1^n$ . . . . .	328
Заключительные замечания . . . . .	336
Упражнения к главе VII . . . . .	339
Литература к главе VII . . . . .	340
<b>ГЛАВА VIII. Применение выпуклого анализа в теории селекторов</b> . . . . .	<b>346</b>
Введение . . . . .	346
§ 32. Непрерывные селекторы для мультифункций, полунепрерывных снизу . . . . .	348
§ 33. Представление Новикова–Кастэна и его следствия . . . . .	359
§ 34. Селекторы слабо полунепрерывных мультифункций . . . . .	365
§ 35. Измеримые селекторы . . . . .	374
§ 36. Экстремальные селекторы . . . . .	384
§ 37. Селекторы для мультифункций, определенных на произведении пространств . . . . .	396
§ 38. Непрерывные селекторы для мультифункций с невыпуклыми значениями . . . . .	406
Упражнения к главе VIII . . . . .	430
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ С. Теоремы о неподвижных точках для мультифункций</b> . . . . .	<b>435</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ D. Интегрирование и дифференцирование мультифункций</b> . . . . .	<b>450</b>
<b>Послесловие</b> . . . . .	<b>475</b>
<b>Литература к главе VIII, приложениям С и D и послесловию</b> . . . . .	<b>483</b>
<b>Именной указатель</b> . . . . .	<b>500</b>
<b>Предметный указатель</b> . . . . .	<b>510</b>
<b>Указатель обозначений</b> . . . . .	<b>517</b>