

Том 41 № 4 2005 (ИЮЛЬ - АВГУСТ)

СОДЕРЖАНИЕ НОМЕРА

Автор / Название статьи	номер страницы
<i>АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ</i>	
<u>Ефимов В. М., Резник А. Л. Об отсчетных функциях при восстановлении периодического сигнала и дисперсии ошибки тригонометрической интерполяции</u>	3
<u>Васюков В. Н., Голещихин Д. В. Восстановление размытых полутоновых изображений на основе иерархической гиббсовской модели</u>	15
<u>Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение объектов с неизвестной площадью при наличии фона</u>	24
<u>Хандецкий В. С., Пашенко В. А., Матвеева Н. А. Коррекция искажений дельта-модулированных сигналов с помощью адаптивных фильтров Уолша</u>	40
<i>ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ</i>	
<u>Ленкова Г. А., Мызник М. М. Разработка объективного метода измерения оптических характеристик глаза</u>	55
<u>Попов Ю. Б., Кураков В. А., Хабарова К. Ю. Алгоритм определения местоположения подвижного источника излучения в двухпозиционной угломерной динамической системе</u>	70
<u>Михляев С. В. Анализ оптических триангуляционных систем измерения профиля зеркальной поверхности</u>	78
<i>МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ</i>	
<u>Кулешов Е. Л., Крысанов В. В., Какушо К. Распределение вероятностей частоты слова в текстах</u>	92
<u>Шидловский С. В. Логическая система с перестраиваемой структурой в задачах управления технологическими процессами</u>	104
<u>Кашеева Г. А. Анализ факторов, влияющих на оценку мгновенной частоты аналитического сигнала</u>	114

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.2.08

В. М. Ефимов, А. Л. Резник

(Новосибирск)

ОБ ОТСЧЕТНЫХ ФУНКЦИЯХ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ
ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА И ДИСПЕРСИИ ОШИБКИ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ*

Получены соотношения для отсчетных функций, когда периодический сигнал и его производные подвергаются равномерной дискретизации. Рассмотрены выражения для дисперсии ошибки реконструкции такого сигнала на любой частоте при использовании полученных соотношений.

Введение. Обычно для периодического сигнала используется стандартное разложение (N нечетно)

$$f^{(0)}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{(N-1)/2} \left(a_k \cos \frac{2\pi}{N\Delta} kt + b_k \sin \frac{2\pi}{N\Delta} kt \right), \quad (1)$$

где константы a_0 , a_k и b_k (их общее число совпадает с числом отсчетов N) определяются известными соотношениями:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f^{(0)}(n\Delta); \quad a_k = \frac{2}{N} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f^{(0)}(n\Delta) \cos \frac{2\pi}{N} kn; \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f^{(0)}(n\Delta) \sin \frac{2\pi}{N} kn.$$

Если произвести подстановку (2) в (1) и сменить порядок суммирования, то соотношение (1) принимает вид теоремы отсчетов для периодического сигнала

$$f^{(0)}(t) = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f^{(0)}(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta} (t - n\Delta)}{N \sin \frac{\pi}{N\Delta} (t - n\Delta)}. \quad (3)$$

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-01-00913) и Президиума РАН (программа № 2.13/2005).

В работе [1] получены интерполяционные формулы для восстановления сигнала с ограниченным спектром по совокупности равномерно следующих отсчетов сигнала и отсчетов его производных. (Далее используется эта же схема реконструкции периодического сигнала.) Получены формулы для соответствующих отсчетных функций и соотношения для дисперсии ошибки реконструкции на промежуточных частотах.

Отсчетные функции и соответствующие интерполяционные формулы. Отсчетные функции для равномерной последовательности значений периодического сигнала и значений его производных вытекают из соответствующих соотношений для такой же последовательности сигнала с ограниченным спектром [1] при использовании известных соотношений

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(n+a)^r} = (-1)^r \frac{\pi}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{da^{r-1}} \operatorname{ctg} a\pi, \quad (4)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+a)^r} = (-1)^r \frac{\pi}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{da^{r-1}} \operatorname{cosec} a\pi. \quad (5)$$

1. Рассмотрим сначала случай, когда для реконструкции сигнала используются только его отсчеты $\{f^{(0)}(n\Delta)\}$, $n=0, \overline{N-1}$, на периоде $N\Delta$. В силу того что

$$f^{(0)}(t) = f^{(0)}(t + kN\Delta), \quad (6)$$

классическая теорема отсчетов

$$f^{(0)}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f^{(0)}(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)} \quad (7)$$

очевидным образом преобразуется к следующему виду:

$$f^{(0)}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} f^{(0)}(n\Delta) \sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{kN}}{\frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta-kN\Delta)}. \quad (8)$$

Используя далее соотношение (5) для нечетных значений N , а соотношение (4) для четных N при $r=1$, после несложных преобразований получим интерполяционные формулу (3) и формулу

$$f^{(0)}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} f^{(0)}(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}{N \sin \frac{\pi}{N\Delta}(t-n\Delta)} \cos \frac{\pi}{N\Delta}(t-n\Delta). \quad (9)$$