

УДК 519.2(075.8)  
Л 651

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *В.П. Ющенко*  
канд. техн. наук, доцент *Е.В. Прохоренко*

Работа подготовлена на кафедре ССОД  
для студентов II курса бакалавриата  
по направлениям 12.03.04 и 09.03.02

**Лихачев А.В.**

Л 651 Введение в теорию вероятностей и математическую статистику: учебное пособие / А.В. Лихачев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. – 102 с.

ISBN 978-5-7782-3903-6

Пособие включает в себя основные разделы, излагаемые в рамках курса «Теория вероятностей и математическая статистика», кроме того, содержит дополнительные сведения, способствующие в более полной мере освоению студентами знаний и компетенций, предусмотренных положениями соответствующих госстандартов направлений подготовки 12.03.04 – Биотехнические системы и технологии, 09.03.02 – Информационные системы и технологии. Приводятся ключевые положения теории вероятностей, а также излагаются наиболее известные методы математической статистики. В конце каждого раздела следуют контрольные вопросы, помогающие усвоению материала. Математическая строгость изложения соответствует уровню подготовки студентов второго курса бакалавриата по соответствующим направлениям. Пособие будет полезно также студентам физико-математических и технических специальностей, аспирантам и всем, кто интересуется теорией вероятностей и связанными с ней вопросами.

УДК 519.2(075.8)

ISBN 978-5-7782-3903-6

© Лихачев А.В., 2019  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Вычисление вероятностей случайных событий .....	3
1.1. Основные понятия.....	3
1.1.1. Случайные события.....	3
1.1.2. Классическое определение вероятности .....	5
Контрольные вопросы к разделу 1.1 .....	7
1.2. Вероятности комбинаций случайных событий .....	7
1.2.1. Произведение событий. Теорема умножение вероятностей.....	7
1.2.2. Независимые события .....	9
1.2.3. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей.....	11
1.2.4. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.....	12
Контрольные вопросы к разделу 1.2 .....	14
1.3. Вероятность появления событий в последовательности опытов.....	14
1.3.1. Схема испытаний Бернулли.....	14
1.3.2. Локальная теорема Муавра–Лапласа .....	16
1.3.3. Интегральная теорема Муавра–Лапласа .....	18
1.3.4. Теорема Пуассона.....	20
1.3.5. Обобщение схемы Бернулли .....	22
Контрольные вопросы к разделу 1.3 .....	22
1.4. Вычисление вероятностей в рамках геометрического подхода.....	23
Контрольные вопросы к разделу 1.4 .....	26
1.5. Аксиоматическая теория вероятности .....	26
1.5.1. Вероятностное пространство.....	26
1.5.2. Дедукция свойств вероятности .....	28
Контрольные вопросы к разделу 1.5 .....	29
1.6. Статистический подход к определению вероятности.....	30
Контрольные вопросы к разделу 1.6 .....	32

Глава 2. Случайные величины.....	33
2.1. Определение и способы описания .....	33
2.1.1. Определение случайной величины на качественном уровне .....	33
2.1.2. Функция распределения.....	34
2.1.3. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция плотности .....	37
Контрольные вопросы к разделу 2.1 .....	39
2.2. Числовые характеристики случайных величин .....	40
2.2.1. Статистические моменты.....	40
2.2.2. Математическое ожидание .....	41
2.2.3. Дисперсия.....	44
2.2.4. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.....	45
2.2.5. Квантили.....	46
2.2.6. Мода.....	47
Контрольные вопросы к разделу 2.2 .....	47
2.3. Некоторые дискретные распределения .....	48
2.3.1. Дискретное равномерное распределение .....	48
2.3.2. Биномиальное распределение .....	49
2.3.3. Геометрическое распределение.....	51
2.3.4. Распределение Пуассона.....	54
2.3.5. Гипергеометрическое распределение .....	56
Контрольные вопросы к разделу 2.3 .....	56
2.4. Некоторые непрерывные распределения .....	57
2.4.1. Непрерывное равномерное распределение .....	57
2.4.2. Экспоненциальное распределение.....	59
2.4.3. Распределение Парето.....	60
2.4.4. Нормальное распределение (распределение Гаусса) .....	62
Контрольные вопросы к разделу 2.4 .....	65
2.5. Асимптотическое поведение случайных величин.....	65
2.5.1. Неравенство Чебышёва .....	66
2.5.2. Закон больших чисел.....	67
2.5.3. Предельные теоремы теории вероятностей .....	69
Контрольные вопросы к разделу 2.5 .....	70

Глава 3. Введение в математическую статистику.....	71
3.1. Основные понятия.....	71
3.1.1. Рассматриваемые задачи.....	71
3.1.2. Выборка и генеральная совокупность .....	73
Контрольные вопросы к разделу 3.1 .....	76
3.2. Точечные оценки.....	76
3.2.1. Статистики и оценки .....	76
3.2.2. Свойства точечных оценок.....	77
3.2.3. Оценка статистических характеристик методом моментов.....	80
3.2.4. Оценка характеристик методом максимального правдоподобия.....	81
Контрольные вопросы к разделу 3.2 .....	83
3.3. Интервальные оценки .....	84
3.3.1. Доверительный интервал.....	84
3.3.2. Доверительный интервал для математического ожидания .....	86
Контрольные вопросы к разделу 3.3 .....	88
3.4. Проверка статистических гипотез .....	88
3.4.1. Важнейшие распределения математической статистики.....	88
3.4.1. Критерий проверки гипотез $\chi^2$ Пирсона .....	90
3.4.2. Критерий проверки гипотез Колмогорова–Смирнова .....	93
3.4.3. Проверка гипотез о совпадении распределений .....	94
Контрольные вопросы к разделу 3.4 .....	96
Библиографический список .....	98