

УДК 517(075.8)
Р 815

Рецензенты:

ст. преп. *Е.В. Исаева*
преп. *И.Н. Прохорова*

Рощенко О.Е.

Р 815 Математический анализ: учебное пособие / О.Е. Рощенко. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020. – 163 с.

ISBN 978-5-7782-4195-4

Пособие предназначено для студентов с ограниченными возможностями здоровья. В нем представлены важнейшие темы курса математического анализа. Оно содержит десять разделов, в каждом из которых даны теоретические положения, сопровождающиеся большим количеством примеров, и задачи для самостоятельного решения. Пособие может быть рекомендовано для самостоятельной работы студентов.

УДК 517(075.8)

ISBN 978-5-7782-4195-4

© Рощенко О.Е., 2020
© Новосибирский государственный
технический университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Основные обозначения	4
1. Числовые функции одной действительной переменной	5
1.1. Понятие функции	5
1.2. Основные характеристики функций	6
1.3. Основные элементарные функции и их графики	7
1.4. Функции, заданные параметрически	13
1.5. Полярная система координат	14
2. Предел функции	16
2.1. Понятие предела. Раскрытие некоторых видов неопределённости	16
2.2. Замечательные пределы. Эквивалентности	22
2.3. Непрерывность функции	25
3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	30
3.1. Дифференцирование явно заданных функций	30
3.2. Дифференциал функции	34
3.3. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически	35
3.4. Геометрический смысл производной	36
3.5. Правило Лопитала	38
3.6. Формула Тейлора	39
4. Применение производной к исследованию функций	43
4.1. Условия монотонности функций, экстремумы функции	43
4.2. Условия выпуклости графика функции, точки перегиба	46
4.3. Асимптоты	47
4.4. Построение графиков	48

5. Неопределённый интеграл	52
5.1. Первообразная функции и неопределённый интеграл.....	52
5.2. Основные методы интегрирования.....	53
5.2.1. Непосредственное интегрирование.....	53
5.2.2. Подведение множителя $\varphi(x)$ под знак дифференциала.....	54
5.2.3. Замена переменной.....	54
5.2.4. Интегрирование по частям.....	55
5.3. Интегрирование дробей.....	57
5.3.1. Интегрирование простейших дробей, содержащих квадратный трёхчлен.....	57
5.3.2. Интегрирование элементарных рациональных дробей.....	58
5.3.3. Интегрирование рациональных дробей.....	59
5.4. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.....	61
5.4.1. Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x)dx$	61
5.4.2. Интеграл вида $\int \sin^n x \cos^m x dx$	62
5.4.3. Интегралы вида $\int \operatorname{tg}^n x dx$, $\int \operatorname{ctg}^n x dx$ (n – целое).....	63
5.4.4. Интеграл от произведения синусов и косинусов различных аргументов.....	63
5.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.....	65
5.5.1. Интегралы вида $\int R\left(x, x^{s_1}, \dots\right) dx$, $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{s_1}, \dots\right) dx$	65
5.5.2. Интегралы вида $\int \frac{dx}{(mx+n)\sqrt{ax^2+bx+c}}$	66
5.5.3. Интегрирование биномиальных дифференциалов.....	66
6. Определённый интеграл	71
6.1. Вычисление определённого интеграла.....	71
6.1.1. Определения. Свойства. Формула Ньютона–Лейбница.....	71
6.1.2. Основные методы вычисления определённого интеграла.....	73
6.2. Несобственные интегралы.....	74

6.2.1. Несобственные интегралы первого рода	74
6.2.2. Несобственные интегралы второго рода	76
6.3. Некоторые приложения определённого интеграла	77
6.3.1. Площадь плоской фигуры.....	77
7. Функции нескольких действительных переменных.	
Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	81
7.1. Понятие функции нескольких действительных переменных.....	81
7.2. Частные производные функции двух переменных.....	83
7.2.1. Частные производные первого порядка	83
7.2.2. Частные производные высших порядков	85
7.3. Полный дифференциал функции	87
7.4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	90
7.5. Экстремум функции нескольких переменных	92
7.6. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.....	94
8. Кратные и криволинейные интегралы	99
8.1. Двойные интегралы.....	99
8.1.1. Понятие двойного интеграла	99
8.1.2. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.....	100
8.1.2. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.....	103
8.1.3. Геометрические и физические приложения двойных интегралов	106
8.2. Криволинейные интегралы первого рода.....	111
8.2.1. Вычисление криволинейного интеграла первого рода	111
8.2.2. Некоторые приложения криволинейного интеграла первого рода.....	112
8.3. Криволинейные интегралы второго рода.....	114
8.3.1. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.....	114
8.3.3. Формула Грина	116
8.3.4. Некоторые приложения криволинейного интеграла второго рода.....	118

9. Дифференциальные уравнения первого порядка	121
9.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	122
9.2. Однородные дифференциальные уравнения	124
9.3. Линейные дифференциальные уравнения.....	126
9.4. Уравнения Бернулли	128
9.5. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах	129
10. Дифференциальные уравнения высших порядков	137
10.1. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.....	137
10.2. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.....	141
10.3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных	146
10.4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида	149
Библиографический список	158