

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

**Проблемы повышения эффективности
образовательного процесса
в высших учебных заведениях**

Сборник научно-методических статей

Ярославль 2004

ББК Ч 481я43
П 78
УДК 378.02:372.8

Редакционная коллегия – Л.П. Бестужева (отв. редактор),
Л.Б. Медведева (зам. отв. редактора),
Е.В. Никулина (отв. секретарь)

Рецензенты:

кафедра теории и методики обучения математике Ярославского
государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского;
канд. пед. наук Н.Л. Дашниц.

Проблемы повышения эффективности образовательного процесса в высших учебных заведениях: Сб. науч.-метод. статей / Под ред. Л.П. Бестужевой. Яросл. гос. ун-т. Ярославль, 2004. 155 с.
ISBN 5-8397-0351-6

Сборник содержит статьи, в которых обсуждаются программы, методическое и организационное обеспечение дисциплин математического цикла на математических и нематематических факультетах высших учебных заведений; вопросы подготовки учителей математики в университетах России, а также проблемы работы с учащимися средней школы и учета их учебных достижений.

Сборник предназначен для преподавателей, аспирантов и студентов; будет полезен и учителям средней школы.

ISBN 5-8397-0351-6

© Ярославский
государственный
университет им. П.Г. Демидова,
2004 г.

Проблемное пространство задач с параметрами

Л.П. Бестужева

Ярославский госуниверситет им. П.Г. Демидова

Задачи с параметрами заняли прочное место в школьном курсе математики. Еще лет 15- 20 назад их можно было встретить только в экзаменационных материалах ведущих вузов страны. В настоящее время задачи с параметрами включены в содержание ЕГЭ, причем не только в часть С, наиболее трудных задач экзамена, но и в часть В. Нельзя сказать, что школьники совсем не были знакомы с такими задачами раньше. Так, решение линейного уравнения (неравенства) $ax = b$ ($ax > b$) или квадратного уравнения (неравенства) $ax^2 + bx + c = 0$ ($ax^2 + bx + c > 0$) есть не что иное, как решение уравнений и неравенств с параметрами a, b или a, b, c соответственно, а эти задачи всегда входили в школьную программу, в ее теоретическую часть, которая сопровождалась, как правило, решением соответствующих задач с числовыми коэффициентами. Те школьники, чей интерес к математике не ограничивался решением задач из школьных учебников, были знакомы с задачами с параметрами по таким, например, книгам: П.С. Моденов "Экзаменационные задачи по математике с анализом их решения"; В.Б. Лидский и др. "Задачи по элементарной математике"; В.Г. Болтянский и др. "Лекции и задачи по элементарной математике"; и, конечно, нельзя не назвать "Сборник задач по математике" под ред. М.И. Сканави, по которому училось решать задачи не одно поколение учащихся. В этих книгах задачи с параметрами не выделены и встречаются наряду с другими задачами элементарной математики. О возросшей за последние лет 10 популярности задач с параметрами говорит тот факт, что появились книги, которые посвящены только этим задачам, о чем свидетельствуют их названия. Достаточно назвать книги: В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич "Задачи с параметрами"; П.И. Горнштейн и др. "Задачи с параметрами". В этих книгах задачи систематизированы, причем в первой книге – в основном, по видам функций, входящих в уравнения или неравенства, а во второй – по методам решения. Обе книги содержат примеры решения задач и достаточно большие списки задач для самостоятельного решения. К книгам, в которых разработана теория задач с пара-

метрами, относится работа В.И. Горбачева "Элементы теории и общие методы решения уравнений и неравенств с параметрами". Следует упомянуть и публикации в журнале "Математика в школе", в которых обсуждаются различные аспекты решения и использования в учебном процессе задач с параметрами.

Включение уравнений и неравенств с параметрами в содержание школьного обучения обусловлено многими причинами, и в первую очередь, связано с задачей формирования у школьников исследовательских умений и навыков. Немаловажными в этой связи являются и высокие требования к математической подготовке школьников – абитуриентов. Вузы постоянно снабжают школу целой системой ориентиров в виде контрольных материалов (программ, тестов, задач и т.д.), оказывающих сильнейшее воздействие на весь учебный процесс в школе. В последние годы такие ориентиры задают и материалы ЕГЭ. Обратимся к мнению тех, чей авторитет в вопросах математического образования не вызывает сомнений. А.Г. Мордкович рассматривает уравнения и неравенства с параметрами как один из труднейших разделов школьного курса математики: "Здесь кроме использования определенных алгоритмов решения уравнения или неравенства приходится думать об удачной классификации, следить за тем, чтобы не пропустить много тонкостей. Уравнения и неравенства с параметрами – это тема, на которой проверяется не натасканность ученика, а подлинное понимание им материала". А.Г. Мордкович считает, что "обучать этому (решению задач с параметрами) массового школьника вряд ли целесообразно, но сильных учащихся знакомить с этим, безусловно, необходимо, ведь задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы" [1]. Г.В. Дорофеев в предисловии к книге [2] еще более категоричен: "...так называемая элементарная математика (а может быть, просто школьная математика) даже в ограниченном контексте – задачи с параметрами – представляет собой широкое поле для полноценной математической деятельности – во всяком случае, более широкое, чем многочисленные и зачастую вполне алгоритмические задачи на вычисление пределов, производных и интегралов, которыми наполнены практические занятия студентов по высшей математике". Анализ содержания материалов Государственного централизованного тестирования, проводимого на территории России в послед-

ние восемь лет (1997 – 2004 гг.), и материалов ЕГЭ (2001 - 2004 гг.) показывает, что задачи с параметрами являются обязательными для усвоения именно "массовым школьником", а не только сильными учащимися, как считает А.Г. Мордкович.

Отличительной чертой задач с параметрами является их большое разнообразие. В то же время в целях обучения их решению можно выделять некоторые классы задач. Для одних классов можно сформулировать алгоритм в виде последовательности предписаний, выполнение которых приводит к решению задачи. Для других классов описание подобного алгоритма затруднительно. Тем не менее, можно выделять группы (совокупности задач), в основе решения которых лежит одна "идея", и выработать стратегию их решения. Возникновение идеи решения задачи тесно связано с построением и проверкой гипотез. Способности к этому виду интеллектуальной деятельности формируются в процессе решения задач, а "уровень развития этих способностей, как и качество приобретенных знаний, зависят прежде всего от содержания этих задач, которое определяет пространство возможных гипотез или проблемное пространство" [3].

Проблемное пространство задач с параметрами задает широкий спектр поисковой деятельности на основе актуализации знаний и умений, относящихся, как говорят, к различным темам. Часто приходится наблюдать неумение применить знания и умения, сформированные при изучении одной темы, при решении задач, относящихся к другой теме. Наборы фактов, утверждений, методов существуют в сознании учащихся изолированно, не пересекаясь и не взаимодействуя между собой. Именно этим, вероятно, объясняется тот факт, что многие задачи, не являющиеся по своей сути сложными, трудны для учащихся. Задачи с параметрами выступают средством целенаправленной и, следовательно, управляемой интеграции знаний и умений. При их решении происходит процесс образования целостного знания, возникает понимание взаимосвязей между различными разделами школьной математики и единства применяемых методов. Тем самым реализуются обучающие функции задач, направленные на формирование системы математических знаний, умений и навыков как предусмотренных программой, так и расширяющих и углубляющих ее содержание.