

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я73
С 23

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор,
зав. кафедрой математического анализа ТГПИ **Илюхин А. А.**;
доктор физико-математических наук, профессор,
зав. кафедрой физики ТТИ ЮФУ **Куповых Г. В.**

Авторский коллектив:

Бородицкий М. П., Зуев В. Н., Кодачигова Л. К., Мархель Э. Г.,
Сапунцов Н. Е., Сухинов А. И.

Главный редактор доктор физико-математических наук, профессор А. И. Сухинов.
Заместитель гл. редактора:
кандидат физико-математических наук, профессор М. П. Бородицкий.

*Учебное пособие подготовлено и издано в рамках
национального проекта «Образование»
по «Программе развития федерального государственного образовательного
учреждения «Южный федеральный университет» на 2007–2010 гг.»*

Сборник заданий к типовым расчетам и контрольным
С 23 работам по математическим дисциплинам. Ч. II: учеб. пособие /
Под редакцией А. И. Сухинова. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ,
2009. – 539 с.: ил. 88.

ISBN 978-5-9275-0665-1

ISBN 978-5-9275-0666-5

Сборник содержит задачи по теории функций комплексной
переменной, операционному исчислению, векторному анализу, уравнениям
математической физики, теории вероятности и математической статистики.

В начале каждой главы приводится сводка теоретических положений,
определений и формул, а также дается подробное решение типичных
заданий, входящих в варианты. В «Сборнике» содержится более 5000 задач
для самостоятельного решения.

Пособие рекомендуется для студентов, аспирантов и преподавателей
технических и экономических вузов; может быть использовано как при
очной, так и при дистанционной формах обучения.

Сборник заданий подготовлен в рамках межвузовской комплексной
программы «Наукоемкие технологии образования».

ISBN 978-5-9275-0665-1

ISBN 978-5-9275-0666-5

УДК 51(075.8)

ББК 22.1я73

© ТТИ ЮФУ, 2009

© Южный федеральный
университет, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	6
I. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.....	8
1. Вектор-функция скалярного аргумента.....	8
2. Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операции в декартовой системе координат.....	12
3. Криволинейный интеграл II рода. Формула Грина.....	19
3.1. Криволинейный интеграл II рода.....	19
3.2. Формула Грина.....	21
4. Поток векторного поля. Теоремы Гаусса-Остроградского и Стокса.....	23
4.1. Поток векторного поля.....	23
4.2. Теорема Гаусса-Остроградского.....	26
4.3. Теорема Стокса.....	26
5. Потенциальное поле.....	47
6. Оператор Гамильтона.....	50
6.1. Понятие оператора Гамильтона.....	50
6.2. Дифференциальные операции 1-го порядка.....	51
6.3. Дифференциальные операции 2-го порядка.....	53
7. Ортогональные криволинейные координаты. Коэффициенты Ламэ. Основные дифференциальные операции теории поля в криволинейных координатах.....	56
7.1. Длина дуги.....	56
7.2. Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламэ.....	56
7.3. Инвариантное определение ротора и дивергенции.....	62
Задания.....	72
II. УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ.....	104
1. Определение и классификация дифференциальных уравнений с частными производными.....	104
2. Характеристические поверхности (характеристики) квазилинейного уравнения второго порядка. Приведение квазилинейного уравнения второго порядка к каноническому виду.....	107
3. Основные уравнения с частными производными. Задачи для уравнений с частными производными.....	113
4. Методы решения задач для уравнений с частными производными.....	115

4.1. Метод характеристик	115
4.1.1. Метод Даламбера.....	115
4.1.2. Фазовая плоскость.....	119
4.2. Метод разделения переменных (метод Фурье).....	129
4.2.1. Ортогональные системы.....	129
4.2.2. Функции Бесселя.....	130
4.2.3. Модифицированные функции Бесселя.....	132
4.2.4. Сферические функции Бесселя.....	133
4.2.5. Шаровые и сферические функции	135
4.2.6. Схема метода Фурье	137
4.3. Метод интегральных преобразований	269
Задания.....	283
III. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И	
ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	339
1. Комплексные числа и действия над ними	339
1.1. Алгебраическая форма комплексных чисел.....	339
1.2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.....	340
2. Функции комплексного переменного.....	344
2.1. Кривые и области на комплексной плоскости.....	344
2.2. Аналитические функции.....	348
3. Интегрирование функций комплексного переменного.....	350
4. Ряды.....	353
4.1. Ряд Тейлора.....	353
4.2. Ряд Лорана.....	355
5. Изолированные особые точки	359
6. Вычеты и их применение к вычислению интегралов.....	363
6.1. Определение и вычисление вычетов.....	363
6.2. Применение вычетов к вычислению интегралов.....	366
7. Преобразование Лапласа.....	374
7.1. Преобразование Лапласа и его свойства.....	374
7.2. Нахождение изображения по оригиналу	379
7.3. Нахождение оригинала по изображению	381
7.4. Решение линейных дифференциальных уравнений	
операционным методом.....	384
7.5. Решение систем линейных уравнений	
операционным методом.....	386
Задания.....	389

IV. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА.....

1. Классическое определение вероятности	425
2. Элементы комбинаторики	428
3. Геометрическое определение вероятности	433
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей	437
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса	440
6. Повторение независимых испытаний. Схема Бернулли	444
7. δ -функция и ее свойства	447
8. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин	448
9. Двумерные случайные величины	458
10. Функции случайных аргументов	468
11. Характеристические функции	480
12. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева	482
13. Квантили случайных величин	483
14. Точечные и интервальные оценки параметров распределения	485
15. Проверка статистических гипотез	488
16. Критерий χ^2	499
Задания	501
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	537
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	538