

УДК 517.912 + 517.93 + 517.958

Интернет-магазин
MATHESIS
<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника

Беркович Л. М.

Факторизация и преобразования дифференциальных уравнений. Методы и приложения. — Москва: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 464 стр.

В книге представлены развитые автором методы факторизации, автономизации и точной линеаризации, которые в совокупности вместе с методами группового анализа и дифференциальной алгебры позволяют создать целостную картину для изучения и интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Это дает возможность конструктивно исследовать нелинейные и нестационарные задачи естествознания и, прежде всего, задачи механики и физики.

Она может представить интерес для специалистов по дифференциальным уравнениям и математической физике, по групповому анализу, вычислительной и прикладной математике, математическому моделированию и компьютерной алгебре, теоретической и небесной механике, а также для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

ISBN 5-93972-154-0

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002

<http://shop.rcd.ru>

Оглавление

Предисловие	7
Введение	10
ГЛАВА 1. Метод факторизации обыкновенных дифференциальных операторов	18
1. Кольцо дифференциальных операторов $F_0(D)$	18
2. Делимость в кольце $F_0[\mathcal{D}]$	24
3. Факторизация в основном дифференциальном поле F_0	26
4. Преобразование сопряжения и самосопряженные дифференциальные операторы	33
5. Операторное уравнение в кольце $F_0[\mathcal{D}]$ и результатные матрицы	40
6. Аналог теоремы Кронекера–Капелли	43
7. Условия коммутативности двух дифференциальных операторов взаимно простых порядков	48
8. Теоремы существования и различные формы факторизации операторов n -го порядка	52
9. Факторизация операторов 2-го порядка в квадратичном расширении F_0	60
10. Факторизация операторов в трансцендентных лиувиллевых расширениях поля F_0	66
11. Факторизация и интегрирование уравнения Альфана и системы Ламе–Альфана	69
Примечания к гл. 1	73
ГЛАВА 2. Родственные линейные дифференциальные уравнения второго порядка	76
1. Преобразование Куммера–Лиувилля и постановка задачи Куммера	77
2. Условия приведения к наперед заданному виду	79
3. Приведение к уравнениям с постоянными коэффициентами	82
4. Уравнение Ермакова	86
5. Присоединённые нелинейные уравнения	89

6.	Решение задачи Куммера	92
7.	Симметрии линейных уравнений второго порядка	95
8.	Присоединенные линейные уравнения	97
9.	Специальные виды факторизации	104
10.	Последовательности «размножаемых» уравнений	107
11.	Процедура базисного «размножения»	110
12.	Основная последовательность родственных уравнений	113
13.	Задача Эйлера и преобразование Эйлера–Имшенецкого–Дарбу для неполных линейных уравнений	116
14.	Процедура «размножения» уравнений с помощью преобразования ЭИД	122
15.	Задача Эйлера и преобразование ЭИД для полных линейных уравнений	129
16.	Интегрирование уравнений с помощью программы SOLDE	135
Примечания к гл. 2		140
ГЛАВА 3. Задачи Альфана		142
1.	Постановка задач, терминология	143
2.	Задачи Альфана для линейных уравнений 3-го порядка	146
3.	Канонические формы Альфана и Форсайта для уравнений 3-го порядка	156
4.	Условия эквивалентности и канонические формы линейных уравнений 4-го порядка	159
5.	Инварианты и канонические формы линейных уравнений 5-го порядка	167
6.	Инварианты и канонические формы линейных уравнений n -го порядка	174
7.	К вопросу о нахождении инвариантов для уравнения n -го порядка	183
8.	Приводимые линейные уравнения	186
9.	Решения приводимых уравнений и присоединенных нелинейных уравнений	192
Примечания к гл. 3		201
ГЛАВА 4. Метод автономизации		203
1.	Нелинейные ОДУ с приводимой линейной частью	204
2.	Каноническое обобщенное уравнение Эмдена–Фаулера	209
3.	Специальный случай КОУЭФ для $n = 2$	225
4.	Обобщенное уравнение Эмдена–Фаулера	232
5.	Некоторые обобщенные уравнения Ермакова и метод автономизации	235

6.	Системы Ермакова	244
7.	Классификация ОДУ n -го порядка со степенной нелинейностью	252
Примечания к гл. 4		255
ГЛАВА 5. Новый метод точной линеаризации		256
1.	Линеаризация уравнений и факторизация	257
2.	Точная линеаризация автономных уравнений второго порядка	268
3.	Иллюстративные примеры	276
4.	Линеаризация некоторых классов динамических систем второго порядка	280
5.	Точная линеаризация одного класса нелинейных интегродифференциальных уравнений	289
6.	Линеаризация лиувиллевых систем	291
7.	Точная линеаризация автономных уравнений третьего порядка	294
8.	Уравнения Эйлера для гироскопа и простейшие системы гидродинамического типа	304
9.	О некоторых интегрируемых случаях динамики твердого тела	311
10.	Факторизация нелинейных дифференциальных операторов	316
11.	Об уравнении, рассматривавшемся Миттаг-Леффлером	320
12.	О некоторых специальных нелинейных уравнениях	328
13.	Об уравнении из теории автоколебаний, рассматривавшемся Н. Н. Баутиным	332
Примечания к гл. 5		337
ГЛАВА 6. Исследование нестационарных задач небесной механики		341
Введение		341
1.	Различные постановки нестационарных задач N тел	343
2.	Различные постановки нестационарной задачи двух тел	344
3.	Групповой анализ и автономизация обыкновенных дифференциальных уравнений	347
4.	Групповой анализ и автономизация обобщенной нестационарной задачи двух тел	355
5.	Законы изменения массы в задаче Гильдена–Мещерского и редукция к канонической форме	359
6.	Редукция к задаче Гильдена–Мещерского	362
7.	Уравнение Бернулли как дифференциальный закон изменения массы	371
Примечания к гл. 6		376

ГЛАВА 7. Прямые методы нахождения инвариантных решений эволюционных уравнений	377
1. Применение метода преобразований к уравнению КПП и некоторым другим уравнениям	379
2. Факторизация как метод нахождения инвариантных решений уравнения КПП и связанных с ним уравнений Семенова и Зельдовича	393
3. Автомоделное решение одного квазилинейного параболического уравнения	402
4. Новые классы нелинейных эволюционных уравнений	407
Примечания к гл. 7	413
Вместо заключения: Открытый вопрос	423
Литература	424
Именной указатель	454
Предметный указатель	460