

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE SAINT - PETERSBOURG.

Ce journal paraît irrégulièrement par feuilles détachées dont vingt-quatre forment un volume. Le prix de souscription d'un volume est de 5 roubles assign. en Russie, et de 1½ écus de Prusse à l'étranger. On s'abonne, à St.-Petersbourg, au Comité administratif de l'Académie, place de la Bourse N. 2, et chez W. GRAEFF, libraire, commissionnaire de l'Académie, place de l'Amirauté N. 1. — L'expédition des gazettes du bureau des postes se charge de commandes pour les provinces, et le libraire LEOPOLD VOSS à Leipzig, pour l'étranger.

Le BULLETIN SCIENTIFIQUE est spécialement destiné à tenir les savants de tous les pays au courant des travaux exécutés par l'Académie, et à leur transmettre sans délai les résultats de ces travaux. A cet effet, il contiendra les articles suivants: 1. Mémoires lus dans les séances, ou extraits de ces mémoires, s'ils sont trop volumineux; 2. Notes de peu d'étendue *in extenso*; 3. Analyses d'ouvrages manuscrits et imprimés, présentés à l'Académie par divers savants; 4. Rapports; 5. Voyages scientifiques; 6. Extraits de la correspondance scientifique; 7. Nouvelles acquisitions de la bibliothèque et des musées; 8. Chronique du personnel de l'Académie; 9. Annonces bibliographiques d'ouvrages publiés par l'Académie; 10. Mélanges.

SOMMAIRE. NOTES. 2. Note sur les équations différentielles linéaires. OSTROGRADSKY. — 3. Revue des antiquités géorgiennes. BROSSET.

NOTES.

2. NOTE SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES; PAR M. OSTROGRADSKY (lu le 26 octobre 1838).

Tout le monde connaît comment Lagrange avait intégré l'équation

$$\frac{d^n y}{dx^n} + P \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + Q \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \dots + S \frac{dy}{dx} + T y = X.$$

En supposant connues n valeurs particulières $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ vérifiant l'équation

$$\frac{d^n z}{dx^n} + P \frac{d^{n-1} z}{dx^{n-1}} + Q \frac{d^{n-2} z}{dx^{n-2}} + \dots + S \frac{dz}{dx} + T z = 0,$$

d'après ce grand géomètre, il faut poser

$$y = C_1 z_1 + C_2 z_2 + C_3 z_3 + \dots + C_n z_n$$

et considérer les quantités C comme données par les équations

$$z_1 dC_1 + z_2 dC_2 + z_3 dC_3 + \dots + z_n dC_n = 0$$

$$\frac{dz_1}{dx} dC_1 + \frac{dz_2}{dx} dC_2 + \frac{dz_3}{dx} dC_3 + \dots + \frac{dz_n}{dx} dC_n = 0$$

$$\frac{d^2 z_1}{dx^2} dC_1 + \frac{d^2 z_2}{dx^2} dC_2 + \frac{d^2 z_3}{dx^2} dC_3 + \dots + \frac{d^2 z_n}{dx^2} dC_n = 0$$

$$\frac{d^{n-2} z_1}{dx^{n-2}} dC_1 + \frac{d^{n-2} z_2}{dx^{n-2}} dC_2 + \frac{d^{n-2} z_3}{dx^{n-2}} dC_3 + \dots + \frac{d^{n-2} z_n}{dx^{n-2}} dC_n = 0$$

$$\frac{d^{n-1} z_1}{dx^{n-1}} dC_1 + \frac{d^{n-1} z_2}{dx^{n-1}} dC_2 + \frac{d^{n-1} z_3}{dx^{n-1}} dC_3 + \dots + \frac{d^{n-1} z_n}{dx^{n-1}} dC_n = X dx$$

Mais Lagrange, ni personne que je sache, n'avait remarqué que le dénominateur commun à tous les dC se présente sous une forme très simple qu'il est bon de faire connaître. Pour cela, désignons par Δ le dénominateur dont il s'agit, et faisons

$$\frac{dC_1}{dx} = \frac{(z_1) X}{\Delta}$$

$$\frac{dC_2}{dx} = \frac{(z_2) X}{\Delta}$$

$$\frac{dC_3}{dx} = \frac{(z_3) X}{\Delta}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{dC_n}{dx} = \frac{(z_n) X}{\Delta}$$

nous aurons

$$(A) \begin{cases} z_1 (z_1) + z_2 (z_2) + z_3 (z_3) + \dots + z_n (z_n) = 0 \\ \frac{dz_1}{dx} (z_1) + \frac{dz_2}{dx} (z_2) + \frac{dz_3}{dx} (z_3) + \dots + \frac{dz_n}{dx} (z_n) = 0 \\ \frac{d^2 z_1}{dx^2} (z_1) + \frac{d^2 z_2}{dx^2} (z_2) + \frac{d^2 z_3}{dx^2} (z_3) + \dots + \frac{d^2 z_n}{dx^2} (z_n) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{d^{n-2} z_1}{dx^{n-2}} (z_1) + \frac{d^{n-2} z_2}{dx^{n-2}} (z_2) + \frac{d^{n-2} z_3}{dx^{n-2}} (z_3) + \dots + \frac{d^{n-2} z_n}{dx^{n-2}} (z_n) = 0 \\ \frac{d^{n-1} z_1}{dx^{n-1}} (z_1) + \frac{d^{n-1} z_2}{dx^{n-1}} (z_2) + \frac{d^{n-1} z_3}{dx^{n-1}} (z_3) + \dots + \frac{d^{n-1} z_n}{dx^{n-1}} (z_n) = X \end{cases}$$

En différentiant la dernière de ces équations, et faisant attention à ce que, par la nature des quantités

$$(z_1), (z_2), (z_3), \dots (z_n), \text{ on a}$$

$$\frac{d^{n-1}z_1}{dx^{n-1}} \frac{d(z_1)}{dx} + \frac{d^{n-1}z_2}{dx^{n-1}} \frac{d(z_2)}{dx} + \frac{d^{n-1}z_3}{dx^{n-1}} \frac{d(z_3)}{dx} + \dots$$

$$+ \frac{d^{n-1}z_n}{dx^{n-1}} \frac{d(z_n)}{dx} = 0 \text{ nous aurons}$$

$$\frac{dA}{dx} = \frac{d^n z_1}{dx^n} (z_1) + \frac{d^n z_2}{dx^n} (z_2) + \frac{d^n z_3}{dx^n} (z_3) + \dots + \frac{d^n z_n}{dx^n} (z_n)$$

Si maintenant l'on substitue pour les $\frac{d^n z}{dx^n}$ leurs valeurs fournies par les équations, du degré n , que les z doivent vérifier, et si l'on fait attention aux équations (A), on trouvera

$$\frac{dA}{dx} + PA = 0$$

d'où

$$A = ae^{-\int P dx}$$

a étant une constante arbitraire. Cette valeur de A m'a paru mériter qu'on en dise un mot. Nous aurons ensuite

$$\frac{dC_1}{dx} = \frac{(z_1) X e^{\int P dx}}{a}$$

$$\frac{dC_2}{dx} = \frac{(z_2) X e^{\int P dx}}{a}$$

$$\frac{dC_3}{dx} = \frac{(z_3) X e^{\int P dx}}{a}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{dC_n}{dx} = \frac{(z_n) X e^{\int P dx}}{a}$$

3. REVUE DES ANTIQUITÉS GÉORGIENNES; PAR M. BROSSET (lu le 2 novembre 1838).

Lorsqu'une idée nouvelle est mise dans la circulation, les esprits philosophiques doivent se garder de deux écueils: un enthousiasme aveugle, père du prosélytisme, un dédain irréfléchi, conduisant au doute absolu; mais une chaleureuse conviction ne saurait être blâmée dans ceux que des arguments nombreux et palpables ont rangés parmi ses adhérents.

Avant que la littérature géorgienne fût, comme on l'a dit, devenue *académique*, un homme d'un talent incontestable et d'une critique sévère, M. Saint-Martin, avait entrevu dans les lambeaux donnés par Klaproth

tout le parti qu'il serait possible d'en tirer; et, réunissant ce que présentent de plus saillant sur la Géorgie les auteurs chrétiens et les musulmans, en avait orné ses deux beaux ouvrages: les Mémoires historiques et géographiques sur l'Arménie, et les douze premiers volumes de la nouvelle édition de l'Histoire du Bas-Empire. Personne ne s'avisa de révoquer en doute des annales qui offrent des points de contact sans nombre avec celles des peuples voisins, et l'on applaudit à la sagacité de l'écrivain qui savait si bien élaborer des matériaux en apparence informes. Toutefois, dans ces derniers temps, quelques auteurs russes, après s'être occupé plus ou moins sérieusement de ces matières, ne partagent pas l'opinion générale; ils nient l'existence d'une littérature nationale en Géorgie, et la véracité de ses historiens.

Dans un ouvrage dont chacun apprécie l'exactitude en ce qui regarde la statistique et la géographie modernes de ces contrées (*), on s'étonne de lire textuellement: „La littérature géorgienne est pauvre;“ en effet, l'auteur ne trouve à citer que 22 noms d'écrivains. Cette assertion est admise d'emblée par un journaliste distingué dont le nom, justement célèbre en Russie, était destiné à occuper un rang éminent parmi les orientalistes; elle est répétée par lui avec approbation dans la Bibliothèque de lecture (**), journal qui réunit à l'attrait de plaisirs piquants le mérite d'une solide rédaction. A ce genre de reproches, d'autant plus capables de faire impression sur le public léger, qu'ils semblent réfléchis et fondés sur la conviction, il fallait opposer, non des récriminations, mais des faits incontestables. C'est un motif de ce genre qui a suggéré l'idée des catalogues raisonnés, imprimés dans les *Eléments* de la langue géorgienne et surtout dans le *Recueil des actes* de la séance publique de l'Académie des sciences pour 1837. L'argument a porté son fruit, ainsi qu'il le devait avec un adversaire digne de le comprendre. Celui donc qui déclarait d'abord „qu'en cas de guerre entre le destructeur du génie géorgien et nous, il prendrait le parti du premier,“ avoue maintenant „que ces deux catalogues, formant un total de 350 articles, sont intéressants.“ Et vraiment, a-t-on jamais réfléchi que les littératures grecque et latine anciennes n'en offrent pas de plus considérable? C'est pourtant ce que nous avons pris la peine de vérifier, il y a bien des années, à une

(*) Обзоръ российскихъ владѣній за Кавказомъ. I, 124.

(**) Décembre 1837, revue de l'Обзоръ etc.; Février 1838, article sur le Voyage de M. le professeur Eichwald; Octobre 1838, „Quelques doutes sur l'histoire de Géorgie.“