

УДК 512.8

Интернет-магазин

MATHESIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии

Оболенский А.Ю., Оболенский И.А.

Лекции по аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 216 с.

Данное учебно-методическое пособие содержит краткий курс лекций по аналитической геометрии и задачи, которые предлагаются студентам на экзаменах.

Для студентов математических специальностей вузов и преподавателей аналитической геометрии.

ISBN 5-93972-283-0

© А.Ю. Оболенский, И.А. Оболенский, 2004

© Институт компьютерных исследований, 2004

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Содержание

| | |
|---|-----------|
| Предисловие..... | 6 |
| §1. Основные аксиомы и определения..... | 9 |
| 1.1. Аксиомы, определяющие действительные числа..... | 9 |
| 1.2. Векторное пространство над полем действительных чисел | 10 |
| 1.3. Аффинное пространство | 14 |
| 1.4. Введение аффинных координат | 15 |
| 1.5. Деление отрезка в данном отношении | 16 |
| 1.6. Бариецентрические координаты | 16 |
| 1.7. Проекции и их свойства | 17 |
| §2. Скалярное произведение векторов | 20 |
| 2.1. Метрическое пространство | 20 |
| 2.2. Нормированное пространство | 21 |
| 2.3. Эквивалентность определений скалярного произведения | 23 |
| 2.4. Способ задания скалярного произведения..... | 26 |
| 2.5. Критерий Грама линейной независимости векторов | 27 |
| 2.6. Ортогональное проектирование | 28 |
| 2.7. Метод ортогонализации Грама–Шмидта | 31 |
| 2.8. Теорема Рисса..... | 33 |
| 2.9. Градиент линейной формы | 34 |
| 2.10. Координаты градиента линейного функционала | 35 |
| §3. Смешанное произведение векторов | 37 |
| 3.1. Определение. Ориентация | 37 |
| 3.2. Геометрический смысл формул Крамера..... | 39 |
| §4. Векторное произведение | 41 |
| 4.1. Определения. Основные свойства..... | 41 |
| 4.2. Вычисление координат векторного произведения..... | 42 |
| 4.3. Двойное векторное произведение и его следствия | 44 |
| <i>Формула «бац» минус «цаб»</i> | <i>44</i> |
| <i>Скалярное произведение векторных произведений.....</i> | <i>44</i> |
| <i>Тождество Якоби</i> | <i>45</i> |
| 4.4. Решение систем уравнений..... | 45 |
| <i>Уравнение $\overline{[x, a]} = \overline{b}$</i> | <i>45</i> |
| <i>Уравнение $\overline{[x, [x, a]]} = \overline{b}$</i> | <i>45</i> |
| §5. Понятие про алгебры Ли | 47 |
| §6. Плоскости и прямые..... | 50 |
| 6.1. Основные определения и свойства | 50 |
| 6.2. Параметрические уравнения аффинных многообразий | 51 |
| 6.3. Уравнение прямой | 52 |
| 6.4. Аффинные функционалы..... | 53 |
| 6.5. Уравнения гиперплоскостей..... | 56 |
| 6.6. Понятие пучка, связки, s-пучка гиперплоскостей..... | 58 |

| | |
|---|-----|
| 6.7. Уравнение аффинных многообразий..... | 59 |
| §7. Метрические задачи..... | 63 |
| 7.1. Угол между прямой и плоскостью..... | 63 |
| 7.2. Угол между гиперплоскостями..... | 64 |
| 7.3. Расстояние от точки до плоскости..... | 65 |
| 7.4. Наименьшее расстояние между точками на плоскостях..... | 66 |
| §8. Выпуклые множества и гиперплоскости..... | 71 |
| §9. Полярная система координат на плоскости..... | 75 |
| §10. Аффинные и изометрические преобразования..... | 77 |
| 10.1. Аффинные преобразования..... | 77 |
| 10.2. Теорема Дарбу..... | 80 |
| 10.3. Изометрические преобразования..... | 84 |
| 10.4. Классификация линейных преобразований двумерного пространства..... | 88 |
| Задачи..... | 92 |
| §11. Билинейные формы. Основные свойства..... | 98 |
| 11.1. Алгебраические функции..... | 98 |
| 11.2. Билинейные формы. Эквивалентность форм..... | 99 |
| 11.3. Симметрические и кососимметрические формы. Квадратичные формы..... | 101 |
| 11.4. Алгоритм Лагранжа..... | 103 |
| 11.5. Закон инерции квадратичных форм. Знакопостоянные формы..... | 105 |
| 11.6. Аффинная классификация поверхностей уровня квадратичных функций..... | 107 |
| 11.7. Взаимное расположение прямой и поверхности второго порядка.... | 112 |
| Сопряженные направления..... | 113 |
| 11.8. Теорема Рисса. Сопряженный оператор..... | 113 |
| §12. Билинейные и квадратичные формы в евклидовом пространстве..... | 119 |
| 12.1. Автоморфизмы билинейных форм..... | 119 |
| 12.2. Спектр и собственные векторы самосопряженного оператора..... | 123 |
| 12.3. Принцип минимакса..... | 125 |
| 12.4. Инварианты квадратичных форм..... | 128 |
| 12.5. Изометрическая классификация поверхностей второго порядка..... | 134 |
| §13. Кривые и поверхности второго порядка..... | 144 |
| 13.1. Конические сечения..... | 144 |
| 13.2. Уравнения конических сечений..... | 146 |
| 13.3. Определения кривых второго порядка..... | 147 |
| 13.4. Касательные и фокусы..... | 150 |
| 13.5. Конические поверхности..... | 153 |
| 13.6. Прямые на поверхностях второго порядка..... | 156 |
| Гиперболоиды..... | 156 |
| Параболоиды..... | 159 |
| §14. Алгебра Грассмана..... | 161 |
| 14.1. Определение внешнего произведения форм..... | 161 |

| | |
|---|-----|
| 14.2. Свойства внешнего произведения форм | 165 |
| 14.3. Поливекторы | 169 |
| §15. Элементы симплектической геометрии..... | 178 |
| §16. Элементы проективной геометрии..... | 182 |
| 16.1. Проективное пространство | 182 |
| 16.2. Проективные преобразования | 186 |
| 16.3. Ангармоническое отношение | 189 |
| 16.4. Геометрическое определение проективных преобразований | 193 |
| 16.5. Проективная классификация поверхностей второго порядка..... | 195 |
| §17. Элементы геометрии Лобачевского | 199 |
| 17.1. Эллиптическое пространство | 199 |
| 17.2. Гильбертова метрика | 201 |
| 17.3. Пространство Лобачевского | 203 |
| 17.4. Элементы геометрии треугольника на пространстве Лобачевского. | 209 |
| Задачи | 212 |