

УДК 511.236(075.8)
ББК 22.132я73
М34

Авторы: О. А. Кеда, Л. П. Мохрачева, Е. М. Пампура, А. Ф. Рыбалко
Н. М. Рыбалко

Рецензенты:

кафедра физики Уральского государственного лесотехнического университета (зав. каф. физики д-р физ.-мат. наук, проф. М. П. Кашенко);
д-р физ.-мат. наук, проф. А. П. Танкеев, зав. лабораторией кинетических явлений ИФМ УрО РАН

Научный редактор – доц., канд. физ.-мат. наук Л. П. Мохрачева

Математика : учебное пособие. Часть 8: Теория поля / О. А. Кеда,
М34 Л. П. Мохрачева, Е. М. Пампура, А. Ф. Рыбалко, Н. М. Рыбалко. Екате-
ринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 112 с.

ISBN 978-5-7996-1159-0

Данное пособие представляет собой восьмую часть курса высшей математики и предназначено для бакалавров, программа обучения которых предусматривает равные количества аудиторных часов и часов для самостоятельной работы студентов.

В пособии излагаются основные положения теории поля (векторного анализа) и ее приложений, в которых изучаются скалярные и векторные поля. Пособие включает также примеры решения задач, текст домашних заданий, пример оформления и задания индивидуальных расчетных работ, образец контрольной работы и справочный материал по теме.

Библиогр.: 5 назв.

Подготовлено кафедрой высшей математики.

УДК 517.37(075.8)
ББК 22.161.1я73

ISBN 978-5-7996-1159-0

© Уральский федеральный
университет, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ (ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА).....	5
1.1. Скалярное поле.....	5
1.2. Поверхности и линии уровня.....	5
1.3. Производная по направлению.....	6
1.4. Градиент скалярного поля.....	7
1.4.1. Связь производной по направлению с градиентом	8
1.4.2. Свойства градиента	8
1.5. Векторное поле.....	10
1.5.1. Векторные линии	11
1.5.2. Плоское векторное поле	12
2. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.....	12
2.1. Односторонние и двусторонние поверхности	12
2.2. Площадь поверхности.....	13
2.3. Система координат и ориентация поверхности	15
2.4. Поверхностный интеграл 1-го рода.....	15
2.4.1. Вычисление поверхностных интегралов 1-го рода.....	16
2.5. Поверхностный интеграл 2-го рода.....	17
3. ПОТОК ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ.....	18
3.1. Определение потока векторного поля.....	18
3.2. Свойства потока	19
3.3. Вычисление потока	19
3.3.1. Проектирование на одну координатную плоскость	20
3.3.2. Проектирование на три координатные плоскости.....	20
3.4. Физический смысл потока.....	22
3.5. Дивергенция векторного поля	24
3.5.1. Свойства дивергенции	24
3.6. Физический смысл потока через замкнутую поверхность	25
3.7. Теорема Остроградского–Гаусса.....	25
3.8. Инвариантное определение дивергенции	29
3.8.1. Физический смысл дивергенции	29

4. ЛИНЕЙНЫЙ ИНТЕГРАЛ В ВЕКТОРНОМ ПОЛЕ.....	30
4.1. Понятие линейного интеграла	30
4.2. Свойства линейного интеграла	30
4.3. Вычисление линейного интеграла.....	31
4.4. Физический смысл линейного интеграла	32
4.5. Ротор (вихрь) векторного поля	32
4.6. Свойства ротора (вихря)	33
4.7. Теорема Стокса.....	33
4.8. Инвариантное определение ротора	36
4.9. Физический смысл ротора.....	37
4.10. Формула Грина	37
5. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВИДЫ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ	39
5.1. Потенциальное векторное поле	39
5.1.1. Условия потенциальности поля.....	39
5.1.2. Вычисление потенциала поля.....	42
5.2. Соленоидальное поле.....	42
5.2.1. Свойства соленоидального поля	43
5.3. Операторы Гамильтона и Лапласа	44
5.3.1. Оператор Гамильтона (набла).....	44
5.3.2. Оператор Лапласа	45
6. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ.....	47
7. ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ.....	71
8. РАСЧЕТНАЯ РАБОТА	75
9. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ.....	101
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	107