



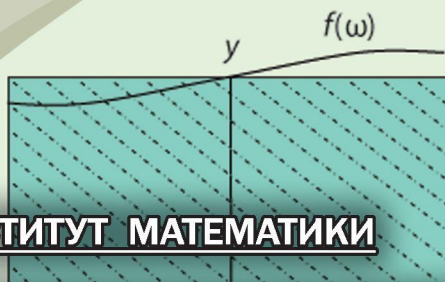
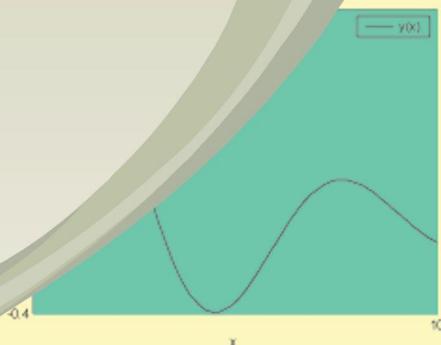
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

В. Е. Зализняк  
Г. И. Щепановская

# ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Учебное  
пособие

УМО



**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ**

**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**В. Е. Зализняк**  
**Г. И. Щепановская**

## **ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

Допущено УМО по классическому университетскому образованию  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по специальности (направлению) подготовки ВПО 010501  
(010500.62) «Прикладная математика и информатика» (ОПД.Ф.09 – Чис-  
ленные методы), 11.10.2010

Красноярск  
СФУ  
2012

УДК 519.6(07)  
ББК 22.19я73  
З-236

Рецензенты:

*В. В. Шайдулов*, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, директор Института вычислительного моделирования СО РАН;

*В. Е. Распопов*, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Вычислительные и информационные технологии» Института математики СФУ

**Зализняк, В. Е.**

З-236 Теория и практика по вычислительной математике : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. – 174 с.  
ISBN 978-5-7638-2498-8

Изложены методы решения задач численного анализа, приведены краткое руководство по программированию в среде MATLAB и задания для практических занятий.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности (направлению) подготовки ВПО 010501 (010500.62) «Прикладная математика и информатика» (ОПД.Ф.09 – Численные методы).

УДК 519.6(07)  
ББК 22.19я73

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	6
<b>ГЛАВА 1. Некоторые понятия математического и функционального анализа</b> .....	7
1.1. Сравнение функций .....	7
1.2. Классы функций .....	8
1.3. Элементы множеств. Метрическое пространство .....	8
1.4. Линейное пространство .....	8
1.5. Линейно зависимые элементы .....	9
1.6. Линейное нормированное пространство .....	9
1.7. Понятие сходимости .....	10
<b>ГЛАВА 2. Краткие сведения из линейной алгебры</b> .....	11
<b>ГЛАВА 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений</b> .....	17
3.1. Типы матриц, часто встречающиеся при решении задач .....	17
3.2. Число обусловленности .....	21
3.3. Основные принципы прямых методов решения систем линейных алгебраических уравнений .....	23
3.4. Оценка ошибки приближённого решения .....	26
3.5. Основные принципы итерационных методов решения СЛАУ .....	27
3.5.1. Метод Якоби .....	29
3.5.2. Метод Гаусса — Зейделя .....	30
3.5.3. Метод релаксации .....	31
3.5.4. Вариационно-итерационные методы .....	35
3.6. Задания для практических занятий .....	37
<b>ГЛАВА 4. Вычисление собственных значений и векторов</b> ...	45
4.1. Степенной метод .....	45
4.2. Метод обратной итерации .....	46
4.3. Итерации со сдвигом начала .....	48

4.4. Применение ортогональных преобразований (QR-метод) .....	50
4.5. Задания для практических занятий .....	52
<b>ГЛАВА 5. Решение уравнения <math>f(x) = 0</math> .....</b>	<b>56</b>
5.1. Одноточечный итерационный процесс .....	59
5.2. Многоточечный итерационный процесс .....	64
5.3. Одноточечный итерационный процесс с памятью .....	65
5.4. Задания для практических занятий .....	66
<b>ГЛАВА 6. Решение систем нелинейных уравнений .....</b>	<b>68</b>
6.1. Метод простой итерации .....	68
6.2. Метод Ньютона .....	72
6.3. Метод с кубической сходимостью .....	75
6.4. Модификации метода Ньютона .....	75
6.5. Повышение надёжности метода Ньютона .....	76
6.6. Задания для практических занятий .....	77
<b>ГЛАВА 7. Численное интегрирование .....</b>	<b>81</b>
7.1. Простейшие квадратурные формулы .....	81
7.2. Вычисление интегралов с заданной точностью .....	89
7.3. Формулы Гаусса — Кристоффеля .....	90
7.4. Задания для практических занятий .....	93
<b>ГЛАВА 8. Интерполяция и приближение функций .....</b>	<b>97</b>
8.1. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона ....	97
8.2. Тригонометрические интерполяционные полиномы .....	100
8.3. Сплайн-интерполяция .....	102
8.4. Метод наименьших квадратов .....	104
8.5. Приближение функции набором ортогональных функций	106
8.6. Использование интерполяционных полиномов для приближения функций .....	110
8.7. Задания для практических занятий .....	111
<b>ГЛАВА 9. Основные понятия построения разностных схем</b>	<b>114</b>
9.1. Простейший пример конечно-разностной схемы .....	114
9.2. Аппроксимация дифференциального уравнения разностной схемой .....	116

9.3. Замена производных разностными отношениями .....	118
9.4. Определение устойчивости разностной схемы .....	119
9.5. Сходимость как следствие аппроксимации и устойчивости .....	120
<b>ГЛАВА 10. Численное решение задачи Коши .....</b>	<b>122</b>
10.1. Условие устойчивости разностных схем для задачи Коши .....	122
10.2. Методы Рунге — Кутты .....	125
10.3. Методы Адамса .....	126
10.4. Задания для практических занятий .....	130
<b>ГЛАВА 11. Численное решение краевых задач .....</b>	<b>134</b>
11.1. Сведение разностной схемы к системе уравнений .....	134
11.2. Метод установления .....	136
11.3. Аппроксимация граничных условий в случае, когда на границе задано значение производной .....	138
11.4. Оценка ошибки приближённого решения .....	140
11.5. Задания для практических занятий .....	141
<b>ГЛАВА 12. Программирование в среде MATLAB .....</b>	<b>145</b>
12.1. Числа, переменные и специальные символы .....	146
12.2. Арифметические и логические выражения .....	148
12.3. Условные операторы .....	149
12.4. Операторы цикла .....	150
12.5. Массивы .....	152
12.6. Функции .....	154
12.7. Ввод и вывод .....	157
12.8. Визуализация .....	160
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А. Узлы и веса некоторых квадратурных формул Гаусса — Кристоффеля .....</b>	<b>163</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Условия устойчивости для некоторых разностных схем Рунге — Кутты, Адамса и «предиктор-корректор» .....</b>	<b>172</b>
<b>Библиографический список .....</b>	<b>173</b>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие науки и современных технологий в значительной степени основано на компьютерном моделировании. Для того чтобы освоить общие принципы и методы компьютерного моделирования, студенты прежде всего должны овладеть основами классических численных методов. В настоящее время широко используется различное программное обеспечение, и его невозможно применять грамотно и эффективно без глубокого понимания численных методик, на которых эти программы основаны. Наряду с теоретической подготовкой студенты должны получить и практические навыки в решении различных задач численного анализа.

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов математических и физико-технических специальностей, изучающих дисциплину «Численные методы». В пособии кратко излагаются методы решения задач численного анализа и приводятся задания для практических занятий.

Наиболее подходящей для проведения практических занятий, по мнению авторов, является среда программирования MATLAB, поэтому последняя глава пособия содержит краткое руководство по программированию в этой среде. Однако можно использовать и другие программные среды. В этом случае следует заменить функции MATLAB, которые используются в практических заданиях, на соответствующие функции выбранной программной среды.

При написании книги авторы опирались на личный опыт чтения лекций и ведения практических занятий по вычислительной математике в течение ряда лет в Институте математики и Институте космических и информационных технологий Сибирского федерального университета.

Авторы выражают глубокую признательность рецензентам — члену-корреспонденту Российской академии наук В. В. Шайдурову, профессору В. Е. Распопову — за ряд ценных замечаний в рукописи и благодарность И. В. Тимошиной за помощь в подготовке книги к печати.