

УДК 519.2
ББК 22.17
М77

Монсик В. Б.

М77 Вероятность и статистика : учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. — 5-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2024. — 384 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-689-6

В учебном пособии рассмотрены теоретические основы и прикладные методы теории вероятностей и математической статистики. Оно обеспечивает годовой курс изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и может быть использовано как студентами инженерных специальностей вузов, так и их преподавателями. Теоретические положения иллюстрируются большим количеством рисунков, интересных числовых примеров и задач прикладной направленности, для решения которых в приложении приводятся необходимые вероятностно-статистические таблицы.

Для студентов инженерных специальностей вузов.

УДК 519.2
ББК 22.17

Деривативное издание на основе печатного аналога: Вероятность и статистика : учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 381 с. : ил. — ISBN 978-5-9963-0637-4.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-689-6

© Лаборатория знаний, 2015

Оглавление

Предисловие	3
Введение	4

Раздел 1

Теория вероятностей

Глава 1. Основные понятия теории вероятностей	9
1.1. Опыт и событие	9
Операция умножения событий	13
Операция сложения событий	14
Операция вычитания событий	15
Операция дополнения	16
1.2. Частота и вероятность события	16
1.3. Геометрическая вероятность	21
1.4. Условные частота и вероятность события	24
1.5. Зависимые и независимые события	27
Глава 2. Комбинаторика в вероятностных задачах	29
2.1. Комбинаторный характер вероятностных задач	29
2.2. Выборка из множеств элементов	30
2.3. Упорядоченные выборки (размещения)	32
Общие правила подсчета числа размещений	32
Размещения с повторениями	35
Размещения без повторений	36
Перестановки без повторений	38
Перестановки с повторениями	39
2.4. Неупорядоченные выборки (сочетания)	40
Сочетания без повторений	40
Свойства сочетаний	41
Сочетания с повторениями	45
2.5. Бином Ньютона	46
Биномиальная теорема	46
Свойства биномиальных коэффициентов	47
2.6. Примеры решения вероятностных задач комбинаторными методами	49
Глава 3. Основные теоремы и формулы теории вероятностей	53
3.1. Теоремы умножения частот и вероятностей	53
3.2. Теоремы сложения частот и вероятностей	56

3.3.	Следствия теоремы сложения	59
3.4.	Вероятность появления события хотя бы один раз в нескольких независимых опытах.....	61
3.5.	Формула полной вероятности	63
3.6.	Формула Бейеса (теорема гипотез)	66
3.7.	Повторение опытов	70
3.8.	Аксиоматическое определение вероятности	75
Глава 4.	Случайные величины	80
4.1.	Понятие случайной величины	80
4.2.	Закон распределения случайной величины	82
	Ряд распределения.....	83
	Функция распределения	84
	Плотность вероятности	88
4.3.	Моменты и числовые характеристики случайной величины	90
	Математическое ожидание случайной величины.....	91
	Дисперсия случайной величины	93
	Моменты случайных величин	94
Глава 5.	Основные законы распределения случайных величин ...	101
5.1.	Биномиальное распределение	101
5.2.	Производящая функция	104
5.3.	Распределение Пуассона	105
5.4.	Пуассоновский поток и поле точек	109
5.5.	Геометрическое распределение	115
5.6.	Показательное распределение	117
5.7.	Равномерное распределение	123
5.8.	Нормальное распределение	127
5.9.	Табличные функции нормального распределения	132
5.10.	Вероятность попадания нормальной случайной величины на отрезок	135
5.11.	Локальная и интегральная теоремы Муавра—Лапласа	139
Глава 6.	Основные законы распределения, используемые в математической статистике.....	143
6.1.	Общие положения использования законов распределения в математической статистике	143
6.2.	χ^2 -распределение	144
6.3.	χ -распределение.....	146
6.4.	Распределение Стьюдента.....	147
6.5.	Распределение Фишера—Снедекора	149

6.6.	Логарифмически нормальное распределение	151
6.7.	Распределение Колмогорова	152
Глава 7.	Случайный вектор	153
7.1.	Понятие случайного вектора	153
7.2.	Законы распределения двумерного случайного вектора	155
7.3.	Числовые характеристики двумерного случайного вектора	163
7.4.	Условные законы распределения и числовые характеристики случайных величин	168
7.5.	Зависимые и независимые случайные величины	174
7.6.	Законы распределения многомерного случайного вектора	176
7.7.	Моменты и числовые характеристики многомерного случайного вектора	180
Глава 8.	Некоторые законы распределения случайных векторов	185
8.1.	Полиномиальное распределение случайного вектора	185
8.2.	Нормальное распределение случайного вектора	187
8.3.	Вероятность попадания двумерного нормального случайного вектора в плоские фигуры	191
8.4.	Закон распределения Релея	196
Глава 9.	Функции случайных аргументов	199
9.1.	Математическое ожидание и дисперсия функции случайных аргументов	199
9.2.	Теоремы о числовых характеристиках функций случайных аргументов	207
9.3.	Применение теорем о числовых характеристиках	214
9.4.	Линеаризация нелинейных функций случайных аргументов	218
	Линеаризация функции одного случайного аргумента	219
	Уточнение результатов, полученных методом линеаризации	221
	Линеаризация функции нескольких случайных аргументов	223
9.5.	Характеристики комплексных случайных величин	226
9.6.	Характеристическая функция случайной величины	228
Глава 10.	Предельные теоремы теории вероятностей	231
10.1.	Закон больших чисел	231
	Неравенство Чебышева	232
	Первая теорема Чебышева	235
	Теорема Бернулли (следствие первой теоремы Чебышева)	236
	Вторая теорема Чебышева	237
	Теорема Пуассона (следствие второй теоремы Чебышева)	239
	Теорема Маркова	241
10.2.	Центральная предельная теорема	243

Раздел 2**Основы математической статистики**

Глава 11. Основные понятия математической статистики	249
11.1. Предмет и задачи математической статистики	249
11.2. Представление статистических данных и оценивание закона распределения генеральной совокупности	253
Глава 12. Задача оценивания параметров распределений по результатам наблюдений	261
12.1. Оценки параметров распределений и их свойства	261
12.2. Методы получения оценок параметров распределений	266
Глава 13. Статистическое оценивание неизвестных параметров распределений	269
13.1. Оценка вероятности случайного события	269
Нормально распределенная оценка вероятности	269
Геометрическая интерпретация доверительного интервала оценки вероятности	273
13.2. Оценка математического ожидания случайного параметра	275
Оценка математического ожидания при известной точности измерений (дисперсии)	275
Оценка математического ожидания при неизвестной точности измерений (дисперсии)	278
13.3. Оценка дисперсии случайного параметра	281
Несмещенная (исправленная) оценка дисперсии	281
Оценка дисперсии при известном математическом ожидании (среднем)	282
Оценка дисперсии при неизвестном математическом ожидании (среднем)	287
Нормальная оценка дисперсии при большом числе испытаний	289
13.4. Оценка корреляционного момента и коэффициента корреляции	292
Глава 14. Статистическая проверка гипотез	297
14.1. Введение в статистическую проверку гипотез	297
14.2. Общая процедура статистической проверки гипотез	298
14.3. Ошибки, допускаемые при статистической проверке гипотез	302
14.4. Средний риск. Вероятность ошибочного решения	305

14.5. Методы статистических решений	307
Критерий минимума вероятности ошибочного решения	309
Критерий минимального риска	310
Метод Неймана—Пирсона	311
Метод минимакса	313
Метод наибольшего правдоподобия	316
Последовательный критерий отношения правдоподобия.....	316
Глава 15. Практические методы статистической проверки гипотез	319
15.1. Проверка непараметрических гипотез	319
Критерий Колмогорова	320
Критерий χ -квадрат Пирсона	325
15.2. Проверка параметрических гипотез	329
Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей	329
Сравнение математических ожиданий двух нормальных генеральных совокупностей	337
Сравнение математических ожиданий при неизвестных, но равных дисперсиях	337
Сравнение математических ожиданий при известных дисперсиях ..	343
Приложения	
1. Таблица значений функции $y = \exp \{-x\}$	349
2. Таблица значений нормированной нормальной плотности вероятности $f(u)$	350
3. Таблица значений нормированной нормальной функции распределения $F(u)$	352
4. Таблица значений нормального интеграла вероятности (функция Лапласа—Гаусса) $\Phi_0(u)$	354
5. Таблица процентных точек T -распределения Стьюдента	356
6. Таблица процентных точек χ^2 -распределения	358
7. Таблица процентных точек F -распределения Фишера—Снедекора	364
8. Таблица критических значений для наибольшего отклонения эмпирического распределения от теоретического (критерий Колмогорова)	368
9. Таблица факториалов $n!$	371
10. Таблица значений вероятностей $P(m, a)$ (распределения Пуассона).....	372
11. Таблица значений пуассоновских сумм $\bar{R}(m, a) = \sum_{k=m}^{\infty} \frac{a^k}{k!} e^{-a}$	373
12. Таблица биномиальных коэффициентов C_n^m (арифметический треугольник)	375
Список литературы	376