

# Вестник Московского университета

Серия 1 МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА

Издательство Московского университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в ноябре 1946 г.

№4 · 2015 · июль – август

Выходит один раз в два месяца

## СОДЕРЖАНИЕ

### Математика

- Воробьев А. Л.* Условие вырожденности оптимального момента в задаче оптимальной остановки для нового функционала от симметричного случайного блуждания и его максимума ..... 3
- Кудрявцева Е. А.* Мультипликаторы периодических решений Хилла в теории движения Луны и метод усреднения ..... 13
- Соломадин Г. Д.* Ряд Пуанкаре фильтрации, ассоциированной с диаграммой Ньютона, и топологический тип особенности ..... 24
- Исмагилов Т. Ф.* Теорема вложения разных метрик для обобщенного класса Никольского ..... 28

### Механика

- Вильке В. Г., Шаповалов И. Л.* Автоколебания в процессе торможения автомобиля ..... 33
- Георгиевский Д. В.* Интегральный анализ трехмерной картины возмущений течения Пуазейля в трубе . 40

### Краткие сообщения

- Ефимова М. П.* Достаточное условие аддитивности обобщенного  $Q$ -интеграла и точки интегрируемости . 46
- Бородин Ю. В.* Нижняя оценка длины полного проверяющего теста в базисе  $\{x|y\}$  ..... 49
- Крупницын Е. С.* Оценки многочленов от некоторых  $p$ -адических чисел ..... 51
- Арушанян И. О.* Численное решение граничных интегральных уравнений плоской теории упругости на криволинейных многоугольниках ..... 55
- Шихадилов М. Ш.* Об одном классе осциллирующих интегралов ..... 57
- Борисов В. Е.* Моделирование обтекания крыла Онега М6 с помощью параллельной реализации неявной схемы ..... 61
- Шешенин С. В., Чистяков П. В., Галатенко В. В., Калугин Д. И., Шорникова О. Н., Малахов А. П.* Экспериментальное и теоретическое определение модуля Юнга композита на основе фенольных смол, армированных короткими волокнами ..... 65
- Голован А. А., Никитин И. В.* Задачи интеграции бинс и одометра с точки зрения механики корректируемых инерциальных навигационных систем. Часть 2 ..... 68

# CONTENTS

## Mathematics

<i>Vorob'ev A. L.</i> Condition of degeneration of optimal instant in the problem of optimal stopping for a new functional on symmetric random walking and its maximum .....	3
<i>Kudryavtseva E. A.</i> Multipliers of periodic Hill solutions in the theory of Moon motion and the method of averaging.....	13
<i>Solomadin G. D.</i> Poincaré series of filtration associated with the Newton diagram and topological type of singularity .....	24
<i>Ismagilov T. F.</i> Embedding theorem of various metrics for the generalized Nikolskii class .....	28

## Mechanics

<i>Vil'ke V. G. and Shapovalov I. L.</i> Self-oscillations during car braking .....	33
<i>Georgievskii D. V.</i> Integral analysis of three-dimensional map of perturbations of the Poiseuille flow in a tube .....	40

## Short notes

<i>Efimova M. P.</i> Sufficient condition of additivity of a generalized $Q$ -integral and an integrability point .....	46
<i>Borodina Yu. V.</i> Lower estimate of the length of complete checking test in the basis .....	49
<i>Krupitsyn E. S.</i> Estimates of polynomials on some $p$ -adic numbers .....	51
<i>Arushanyan I. O.</i> Numerical solution of boundary integral equations of two-dimensional elasticity theory on curvilinear polygons .....	55
<i>Shakhsadilov M. Sh.</i> On some class of oscillating integrals.....	57
<i>Borisov V. E.</i> Simulation of the flow around an ONERA M6 wing with the use of parallel realization of incomplete scheme.....	61
<i>Sheshenin S. V., Chistyakov P. V., Galatenko V. V., Kalugin D. I., Shornikova O. N. and Malakho A. P.</i> Experimental and theoretical determination of Young's module for a composite constructed on the base of phenolic resins armed by short fibers .....	65
<i>Golovan A. A. and Nikitin I. V.</i> Problems of integration of BINS and an odometer from the point of view of mechanics of corrected inertial navigation systems. Part 2.....	68

To buy separate issues of "Moscow University Mathematics Bulletin" and "Moscow University Mechanics Bulletin" or subscribe to them one should refer to

Allerton Press Inc.  
250 West 57th Street,  
New York, USA, NY 10107.  
Fax: 646-424-96-95

## Математика

УДК 519.216

УСЛОВИЕ ВЫРОЖДЕННОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО МОМЕНТА В ЗАДАЧЕ  
ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКИ ДЛЯ НОВОГО ФУНКЦИОНАЛА  
ОТ СИММЕТРИЧНОГО СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДЕНИЯ И ЕГО МАКСИМУМАА. Л. Воробьев<sup>1</sup>

В задаче оптимальной остановки для функционала от симметричного случайного блуждания и его максимума предложены новые классы функционалов, для одного из которых оптимальным моментом на конечном временном интервале является начало интервала, для другого — конец. Эти классы обобщают известные ранее. Доказательство оптимальности указанных моментов основано на комбинаторном анализе траекторий случайного блуждания.

*Ключевые слова:* симметричное случайное блуждание, оптимальная остановка, правило “купи-и-держи”.

New classes of functionals are proposed for an optimal stopping problem for a functional of a symmetric random walk and its maximum. For one class the optimal moment in a finite time interval is the beginning of this interval and for another one this is its end. These classes generalize those known previously. A proof of the optimality of the indicated moments is based on combinatorial analysis of random walk trajectories.

*Key words:* symmetric random walk, optimal stopping, “Buy-and-hold” rule.

**1. Введение.** Рассмотрим несимметричное случайное блуждание  $S_n$ , задаваемое следующим образом:

$$S_0 = 0, \quad S_n = (X_1 + X_2 + \dots + X_n),$$

где  $X_1, X_2, \dots$  — независимые одинаково распределенные величины,  $X_i = \begin{cases} 1, & p; \\ -1, & q = 1 - p. \end{cases}$

Для данного процесса можно сформулировать задачу оптимальной остановки

$$V(f) = \sup_{0 \leq \tau \leq N \text{ п.н.}} E f(S_\tau, M_N), \quad (1)$$

где  $\tau$  пробегает все моменты остановки относительно естественной фильтрации процесса  $(S_k)_{0 \leq k \leq N}$  (т.е.  $\mathcal{F}_k = \sigma(X_i, i \leq k)$ ), не превосходящие  $N$  с вероятностью 1;  $M_N = \sup_{0 \leq k \leq N} S_k$  — максимум траек-

тории блуждания на отрезке  $[0, N]$ ;  $f(s, m)$  — некоторая функция.

Пусть  $\tau^*$  — оптимальный момент остановки в данной задаче, т.е.

$$\tau^* = \arg \left( \sup_{0 \leq \tau \leq N} E(f(S_\tau, M_N)) \right).$$

Если записать  $f(S_\tau, M_N) = h(e^{S_\tau}, e^{M_N})$ , то поиск оптимального момента остановки в этой задаче можно интерпретировать как выбор оптимального момента для продажи акции на временном интервале  $[0, N]$  в рамках модели Кокса–Росса–Рубинштейна [1] инвестором, у которого есть такая акция и который должен продать ее в какой-то момент данного интервала. В такой интерпретации процесс  $e^{S_t}$  описывает изменение цены акции во времени, а процесс  $S_t$  соответствует ставке доходности акции на интервале  $[0, t]$  (в дальнейшем будем называть ее просто доходностью). Оптимальность момента  $\tau$  для продажи акции измеряется некоторым соотношением цены акции в данный момент и максимальной цены на всем интервале, или величиной  $h(e^{S_\tau}, e^{M_N})$ . Эта интерпретация аналогична описанной в работе [2] для модели Блэка–Мертон–Шоулза.

Основным известным результатом для сформулированной задачи является следующая теорема, в которой рассматривается случай  $f(s, m) = g(m - s)$  [3].

**Теорема 1.** Пусть  $g : \{0, 1, \dots, N\} \rightarrow \mathbb{R}$  — невозрастающая выпуклая вниз на своей области определения функция. Тогда

<sup>1</sup> Воробьев Александр Леонидович — асп. каф. теории вероятностей мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: alvorobyev88@gmail.com.