

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

Ю. И. Большаков, Л. Б. Медведева

Математика для студентов в задачах и упражнениях по физике

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по специальностям
Физика, Телекоммуникации, Радиофизика

Ярославль 2009

УДК 51+53
ББК В1я73-4
Б 79

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009 года*

Рецензенты:

Т. Л. Трошина, доцент кафедры алгебры ЯГПУ им. К. Д. Ушинского;
кафедра высшей математики ЯГТУ

Б 79 **Большаков, Ю.И. Математика для студентов в задачах и упражнениях по физике:** учеб. пособие / Ю.И. Большаков, Л. Б. Медведева; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2009. – 132 с.
ISBN 978-5-8397-0653-8

Основная цель пособия состоит в том, чтобы показать различные связи математических дисциплин, изучаемых на первом курсе физического факультета, с другими учебными дисциплинами, а также рассмотреть многочисленные приложения линейной алгебры, векторного исчисления и теории поля в физике.

Пособие позволяет познакомить студентов с задачами, которые находятся в области их профессиональных интересов.

В начале каждого параграфа даётся сводка основных теоретических положений, иногда оформленных в виде таблиц, блок-схем, представляющих собой своеобразные опорные конспекты. Далее следуют примеры решения задач, иллюстрирующих важность изучаемых понятий и возможности их применения в различных разделах физики. Заканчивается каждый параграф списком профессионально ориентированных задач для самостоятельного решения и указанием необходимой литературы.

Предназначено для студентов-физиков всех специальностей, может быть использовано для проведения практических занятий и организации индивидуальной внеаудиторной работы студентов.

Рис. 42. Библиогр.: 58 назв.

Пособие выполнено при частичной финансовой поддержке программы "Развитие научного потенциала высшей школы на 2009–2010 годы (проект 2.1.1/466)".

ISBN 978-5-8397-0653-8

УДК 51+53
ББК В1я73-4
© Ярославский
государственный
университет
им. П. Г. Демидова, 2009

Пособие предназначено для студентов начальных курсов физического факультета всех специальностей. Оно может быть использовано для проведения практических занятий, организации внеаудиторной работы и индивидуальных занятий.

Основная цель данного пособия состоит в том, чтобы показать различные связи математических дисциплин, изучаемых на первом курсе, с другими учебными дисциплинами, а также рассмотреть многочисленные приложения линейной алгебры, линейных систем и теории поля в физике, в частности, в механике, теории электрических цепей, радиофизике, электродинамике. Таким образом, пособие уже на первом этапе обучения позволяет познакомить студентов с задачами, которые находятся в области их профессиональных интересов.

Применение векторов в физике обусловлено тем, что многие физические величины являются величинами векторными: скорость, ускорение, сила. Работать с векторами, а не с их координатными представлениями удобно и по той причине, что решение задачи часто не зависит от размерности пространства, в котором рассматривается задача.

Цель пособия определяет его структуру. Начало каждого параграфа содержит краткую теоретическую справку, иногда оформленную в виде таблицы, представляющей собой своеобразный опорный конспект по теме. Затем приводятся сведения, указывающие на применение этой темы в различных разделах математики и физики. Вслед за этим следуют примеры решения задач, иллюстрирующих важность изучаемых понятий. Заканчивается параграф списком задач для самостоятельного решения.

Для того чтобы пособие было более «живым», мы иногда включаем в него некоторые исторические сведения, касающиеся рассматриваемых вопросов. Заканчивается каждый параграф списком профессионально ориентированных задач для самостоятельного решения и указанием необходимой литературы. К большинству задач в конце пособия приведены ответы, указания, а к наиболее трудным – и решения. В настоящем пособии помещено более двухсот задач, иллюстрирующих применение изучаемых математических понятий. Часть из этих задач оригинальна, а часть заимствована из известных источников и учебных руководств. За-

дачи к главе 3, как и идея её написания, любезно предложены нам доктором физико-математических наук Л.Н. Казаковым, выражаем ему признательность и за участие в обсуждении решения задач. Также благодарим выпускницу математического факультета Ярославского госуниверситета О.Ю. Большакову, осуществившую компьютерный набор рукописи.

1. Системы линейных уравнений

Тема «Системы линейных уравнений» является основополагающей при изучении курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». К решению системы линейных уравнений приводят многие задачи этого курса, а также других математических дисциплин.

Логические связи темы «Системы линейных уравнений» с другими темами учебной дисциплины демонстрирует схема 1. Эта схема является своеобразным опорным сигналом, позволяющим осознать важность темы и её место в изучаемом курсе.

Схема 1



Некоторое представление о приложениях теории систем линейных уравнений в других областях знаний дает следующая схема.

Схема 2



Ниже будут рассмотрены некоторые прикладные задачи, приводящие к решению системы линейных уравнений. Но сначала мы приведем справочный материал по теме.

1.1. Понятие системы линейных уравнений и её решения

Определение 1. Системой линейных уравнений с n переменными называется система вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (1)$$

где $a_{i,j}, b_i \in \mathbb{R}$ – заданные числа.

Определение 2. Решением системы линейных уравнений называется упорядоченный набор чисел $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, при подста-