УДК 530.1 ББК 22.31 H12

## Нахин П. Дж.

Н12 Сказки мнимого мира. История о  $\sqrt{-1}$  / пер. с англ. А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 342 с.: ил.

## ISBN 978-5-97060-822-7

Эта книга читается как увлекательная история, чуть ли не биография, одного из самых неуловимых и вместе с тем вездесущих «чисел» в математике. История  $\sqrt{-1}$  берет начало еще в Древнем Египте, но европейская наука освоила это число относительно недавно. Пол Нахин, известный популяризатор точных наук, вплетает в повествование любопытные исторические факты, обсуждение математических проблем и сведения о применениях комплексных чисел и функций в таких важных задачах, как законы движения планет Кеплера и электрические цепи переменного тока.

Издание адресовано всем, кого интересует математика, в том числе и в историческом ракурсе.

УДК 530.1 ББК 22.31

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the Publisher PRINCETON UNIVERSITY PRESS. Russianlanguage edition copyright © 2020 by DMK Press. All rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-0-691-16924-8 (анг.) ISBN 978-5-97060-822-7 (рус.)

- © Princeton University Press, 2016
- © Оформление, издание, перевод, ДМК Пресс, 2020

## Содержание

Вст	упительное слово от издательства	. 10		
Обр	ращение к читателю	. 12		
Пре	Предисловие ко второму изданию			
Пре	Предисловие			
Вве	дение	. 28		
Гла	ва 1. Загадки мнимых чисел	. 34		
1.1.	Кубическое уравнение	. 34		
1.2.	Отрицательное отношение к отрицательным числам	. 40		
1.3.	Опрометчивый вызов			
1.4.	Секрет распространяется	. 43		
1.5.	Как комплексные числа могут представлять вещественные решения	46		
1.6.	Вычисление вещественных корней без мнимостей			
1.7.	Курьезное переоткрытие			
1.8.	Нахождение комплексных корней с помощью линейки			
Гла	ва 2. Первая попытка понять геометрию $\sqrt{-1}$	. 63		
2.1.	Рене Декарт	. 63		
2.2.	Джон Валлис	. 74		
Гла	ва 3. Загадки начинают разрешаться	. 83		
3.1.	Каспар Вессель прозревает путь			
3.2.	Вывод тригонометрических тождеств из формулы Муавра			
3.3.	Комплексные числа и экспоненциальная функция			
3.4.	Арган			
3.5.	Бюэ			
3.6.	И снова повторное открытие	118		
3.7.	Гаусс			
Гла	ва 4. Использование комплексных чисел	126		
4.1.	Комплексные числа как векторы	126		
4.2.	Применение алгебры комплексных векторов к решению			
	геометрических задач	129		

## 8 содержание

4.3.	Задача Гамова	. 135
4.4.	Решение рекуррентного уравнения Леонардо	. 137
4.5.	Мнимое время в физике пространства-времени	. 141
Гла	ва 5. Другие применения комплексных чисел	. 151
5.1.	Комплексные функции открывают короткий путь	
0.1.	сквозь гиперпространство	. 151
5.2.	Максимальные блуждания на комплексной плоскости	
5.3.	Законы Кеплера и орбиты спутников	
5.4.	Когда и почему кажется, что некоторые планеты движутся	
	вспять	
5.5.	Комплексные числа в электротехнике	. 175
5.6.	Знаменитая электронная схема, которая работает	
	благодаря √−1	. 190
Гла	ва 6. Математики-кудесники	. 195
6.1.	Леонард Эйлер	
6.2.	Тождество Эйлера	
6.3.	Эйлер делает себе имя	
6.4.	Нерешенная задача	
6.5.	Эйлер раскладывает синус в бесконечное произведение	
6.6.	Окружность Бернулли	
6.7.	Граф вычисляет <i>i</i> <sup><i>i</i></sup>	
6.8.	Роджер Котс и упущенная возможность	. 219
6.9.	Многозначные функции	. 224
6.10	. Гиперболические функции	. 226
6.11	. Вычисление π по √−1	. 231
6.12	. Использование комплексных чисел для реальных вещей	. 234
6.13	. Формула дополнения Эйлера для $\Gamma(n)$ и функциональное	
	уравнение для ζ(n)	. 243
Гпа	ва 7. Девятнадцатый век, Коши и начало теории	
	·	0.40
	нкций комплексного переменного	
7.1.	Введение	
7.2.	Огюстен Луи Коши	
7.3.	Аналитические функции и условия Коши–Римана	
7.4.	Первый результат Коши	
7.5.	Первая интегральная теорема Коши	
7.6.	Теорема Грина	
7.6.	Вторая интегральная теорема Коши	
7.7.	Третий закон Кеплера: заключительное вычисление	
7.8.	Эпилог: что было дальше	. 288

Приложение А. Основная теорема алгебры	295
Приложение В. Комплексные корни трансцендентного уравнения	299
Приложение С. $\sqrt{-1}^{\sqrt{-1}}$ с точностью до 135 десятичных знаков, и как его вычислили	304
Приложение D. Решение загадки Клаузена	308
Приложение Е. Вывод дифференциального уравнения генератора с фазовым сдвигом	310
Приложение F. Значение гамма-функции на критической прямой	315
Примечания	317
Указатель имен	334
Предметный указатель	337
Благодарности	341