

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
БУРЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

С. А. Ачитуев

**РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

*Рекомендовано УМС БГУ
в качестве учебно-методического пособия
для обучающихся по направлениям подготовки
01.03.01 Математика; 01.03.02 Прикладная математика
и информатика; 02.03.03 Математическое обеспечение
и администрирование информационных систем*

Улан-Удэ
Издательство Бурятского госуниверситета
2016

УДК 519.6 (075.8)

ББК 22.311 я 73

А 975

Утверждено к печати
редакционно-издательским советом
Бурятского государственного университета

Рецензенты

Д. Ш. Ширанов

доктор физико-математических наук, профессор

В. В. Убодоев

кандидат физико-математических наук, доцент

Текст печатается в авторской редакции

Ачитуев С. А.

А 975 Разностные схемы решения задач математической физики : учебно-методическое пособие. — Улан-Удэ: Изд-во Бурятского государственного университета, 2016. — 64 с.
ISBN 978-5-9793-0941-5

В учебно-методическом пособии приведены краткие теоретические сведения и даны практические рекомендации по решению задач обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных конечно-разностными методами.

Пособие разработано для студентов Института математики и информатики.

УДК 519.6 (075.8)

ББК 22.311 я 73

ISBN 978-5-9793-0941-5

© С. А. Ачитуев, 2016

© Бурятский госуниверситет, 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное издание представляет собой учебно-методическое пособие для поддержки теоретического курса и руководство по выполнению практических лабораторных работ с индивидуальными заданиями одинаковой степени сложности.

Разработано и подготовлено в соответствии с государственными образовательными стандартами дисциплины «Уравнения математической физики» в рамках реализации образовательной программы высшего образования по направлениям подготовки 01.03.01 Математика, 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем очной формы обучения

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к обязательным дисциплинам базовой части Б1. Б.2 в структуре образовательной программы.

Пособие может быть использовано, как для работы под руководством преподавателя, так и для самостоятельного изучения.

В результате освоения основных разделов пособия у выпускника по направлениям подготовки 01.03.01 «Математика», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» должны быть сформированы следующие компетенции:

ОПК-1 — готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;

ПК-1 — способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: теоретические основы теории «Уравнений математической физики», методы решения основных уравнений математиче-

ской физики, как численными, так и аналитическими способами, основные определения и теоремы.

Уметь: использовать теоретические знания при решении задач, связанных с обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями с частными производными 2-го порядка. Уметь классифицировать и приводить уравнения с частными производными к каноническому виду.

Владеть: методами построения конечно-разностных схем и его решением; составлением программы на алгоритмическом языке и его отладка.

Основной задачей настоящего учебно-методического пособия является закрепление теоретического материала и формирование навыков построения вычислительных алгоритмов для решения базовых задач, исследование свойств различных разностных схем (точность, сходимость, устойчивость и погрешность вычисления).

Пособие состоит из двух разделов. Первый раздел включает тему «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений», второй раздел — «Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных». В каждом разделе, помимо теоретического материала, содержится набор упражнений и заданий. В начале каждого параграфа приведены теоретические сведения, необходимые для решения задач. После каждого параграфа приведены задания, как для работы в аудитории, так и для самостоятельной работы.

Содержание

Предисловие	3
I. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	5
1. 1. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	5
1. 2. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	19
1. 2.1. Метод сеток	20
1. 2.2. Интегральный метод.....	22
1. 2.3. Метод прогонки.....	23
3. Методы сведения краевой задачи к задаче Коши....	23
3.1. Метод стрельбы.....	23
3.2. Метод дифференциальной прогонки	26
II. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных.....	34
2.1. Смешанная задача для уравнения теплопроводности.....	34
2.2. Смешанная задача для волнового уравнения.....	42
2.3. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.....	46
2.3.1. Итерационные методы решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения в двухмерной области.....	48
2.4. Аппроксимация. Устойчивость и сходимость разностных схем.....	54
Библиографический список	62