

УДК 51(042.4)  
ББК 22.1 я73-2  
М33

Рецензенты:

проф., д-р физ.-мат. наук В."И. Гребенников (Институт физики металлов УрО РАН)=

кафедра информационных технологий ГАОУ ДПО Свердловской области «Институт развития образования» (завкафедрой, проф., д-р пед. наук Л."И. Долинер+

Научный редактор – проф., д-р физ.-мат. наук Д. В. Александров

**Матвеева, Т. А.**

М33 Математика ": " " / " Т. А. "Матвеева, Н. Г. Рыжкова, Л. В. Шевелева. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 216 с.

ISBN ; 9: /7/9; ; 8/33; 6/3

В работе представлен материал по курсу математики, содержание которого соответствует учебным программам бакалавриата большинства инженерно-технических направлений в первом семестре.

УДК 51(042.4)  
ББК 22.1 я73-2

ISBN ; 9: /7/9; ; 8/33; 6/3

© Уральский федеральный университет, 2014

# Оглавление

---

<b>Введение .....</b>	<b>7</b>
<b>I. Алгебра матриц.....</b>	<b>8</b>
Лекция 1. Матрицы и определители, их характеристики .....	8
1.1. Понятие матрицы .....	8
1.2. Определители второго, третьего, $n$ -го порядка.....	10
1.3. Свойства определителей.....	12
1.4. Разложение определителя по элементам строки или столбца .....	15
1.5. Вычисление определителей $n$ -го порядка (2 метода).....	17
Лекция 2. Алгебра матриц.....	19
2.1. Основные операции над матрицами и их свойства.....	19
2.2. Обратная матрица .....	22
2.3. Решение матричных уравнений .....	25
2.4. Невырожденные системы линейных уравнений с неизвестными.....	26
<b>II. Алгебра векторов .....</b>	<b>32</b>
Лекция 3. Векторы, линейная зависимость векторов .....	32
3.1. Вектор. Линейные операции над векторами .....	32
3.2. Линейная зависимость векторов.....	34
Лекция 4. Линейные операции над векторами .....	39
4.1. Базис. Координаты вектора .....	39
4.2. Линейные операции над векторами, заданными в координатной форме .....	41
4.3. Проекция вектора на ось .....	45
Лекция 5. Скалярное и векторное произведения векторов .....	47
5.1. Скалярное произведение двух векторов .....	47
5.2. Векторное произведение двух векторов .....	50
Лекция 6. Смешанное произведение трех векторов .....	54
6.1. Смешанное произведение трех векторов.....	54

<b>III. Аналитическая геометрия .....</b>	<b>57</b>
Лекция 6 (продолжение). Начала аналитической геометрии. ....	57
6.2. Предмет аналитической геометрии .....	57
Лекция 7. Плоскость и прямая в пространстве .....	61
7.1. Плоскость в пространстве .....	62
7.2. Прямая в пространстве .....	64
Лекция 8. Кривые второго порядка на плоскости .....	67
8.1. Основные понятия.....	67
8.2. Исследование формы кривых второго порядка по их каноническим уравнениям .....	69
8.3. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду .....	76
Лекция 9. Поверхности второго порядка .....	80
9.1. Основные понятия.....	81
9.2. Исследование формы поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям .....	82
9.3. Решение типичных задач.....	92
<b>IV. Элементы линейной алгебры .....</b>	<b>96</b>
Лекция 10. Линейные пространства .....	96
10.1. Линейные пространства.....	96
10.2. Примеры линейных пространств.....	97
10.3. Примеры нелинейных пространств .....	99
10.4. Линейная зависимость элементов линейного пространства .....	100
Лекция 11. Размерность и базис линейного пространства .....	102
11.1. Ранг матрицы. Базисный минор.....	102
11.2. Элементарные преобразования матрицы.....	106
11.3. Размерность и базис линейного пространства .....	107
11.4. Примеры базисов конкретных линейных пространств .....	109
11.5. Переход от одного базиса к другому.....	110
11.6. Связь координат элемента линейного пространства в старом и новом базисе.....	111
Лекция 12. Евклидовы пространства .....	113
12.1. Евклидовы пространства .....	113
12.2. Примеры конкретных евклидовых пространств .....	113

12.3. Простейшие свойства евклидова пространства .....	115
12.4. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства .....	117
12.5. Примеры ортонормированных базисов .....	118
12.6. Метод ортогонализации линейно независимых элементов евклидова пространства .....	119
Лекция 13. Линейные операторы .....	120
13.1. Линейные операторы .....	120
13.2. Матричная запись линейных операторов .....	123
Лекция 14. Действия с линейными операторами .....	127
14.1. Действия с линейными операторами вида $\hat{A}: L^n \rightarrow L^n$ .....	127
14.2. Свойства линейных операторов вида .....	128
14.3. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому .....	128
14.4. Линейный оператор в евклидовом пространстве (сопряженный, самосопряженный, ортогональный) .....	130
Лекция 15. Системы линейных уравнений .....	135
15.1. Системы $m$ линейных уравнений с $n$ неизвестными .....	135
15.2. Однородные системы линейных уравнений .....	137
Лекция 16. Неоднородные системы линейных уравнений .....	142
16.1. Неоднородные системы линейных уравнений .....	142
16.2. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора $\hat{A}$ .....	144
16.3. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора $\hat{A}$ .....	146
Лекция 17. Теория квадратичных форм и ее геометрические приложения .....	150
17.1. Квадратичные формы .....	150
17.2. Приложения теории квадратичных форм к геометрическим задачам в пространствах $R^2$ и $R^3$ .....	155

## **V. Введение в математический анализ ..... 159**

Лекция 18. Числовая последовательность и ее предел .....	159
18.1. Множества вещественных чисел (частные случаи) .....	159
18.2. Числовая последовательность, ее предел .....	161

Лекция 19. Число $e$ .....	165
19.1. Монотонные последовательности .....	166
19.2. Число $e$ .....	168
19.3. Подпоследовательности и их свойства .....	170
Лекция 20. Функция и ее предел.....	172
20.1. Определение функции .....	173
20.2. Предел функции .....	175
20.3. Односторонние пределы.....	179
20.4. Ограниченные функции.....	181
20.5. Бесконечно малые функции и их свойства .....	182
Лекция 21. Непрерывность функции в точке .....	183
21.1. Арифметические операции над функциями, имеющими предел .....	184
21.2. Переход к пределу в неравенствах .....	185
21.3. Непрерывность функции в точке .....	186
21.4. Свойства непрерывной функции .....	189
21.5. Классификация точек разрыва .....	190
Лекция 22. Замечательные пределы .....	193
22.1. Монотонные функции. Обратные функции .....	193
22.2. Непрерывность основных элементарных функций .....	195
22.3. Сложная функция и ее непрерывность .....	197
22.4. Гиперболические функции.....	199
22.5. Замечательные пределы.....	202
Лекция 23. Эквивалентные бесконечно малые функции .....	204
23.1. Сравнение бесконечно малых функций .....	204
23.2. Некоторые эквивалентные бесконечно малые функции при $x \rightarrow 0$ .....	206
23.3. Раскрытие неопределенностей.....	207
23.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке .....	208

**Программа курса ..... 213**