

А 0515я/3
К89

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

А.В. Кузнецов, Д.А. Румянцев

Метод ренормализационной группы в квантовой теории поля

Текст лекций

*Рекомендовано Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по магистерской программе
510417 Теоретическая и математическая физика*

Чит. зал

Ярославль 2006

273030

А

УДК 530.143
ББК В315я73
К89

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2006 года*

Рецензенты: Отдел теоретической физики Государственного науч-
ного центра РФ "Институт физики высоких энергий", г. Протвино
Московской обл.; д-р физ.-мат. наук А.В. Проказников.

Кузнецов, А.В., Румянцев, Д.А. Метод ренормализационной
группы в квантовой теории поля: Текст лекций / А.В. Кузнецов,
Д.А. Румянцев; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006. – 76 с.

ISBN 5-8397-0455-5

Текст лекций написан в соответствии с Государственным образо-
вательным стандартом высшего профессионального образования по
направлению подготовки 510400 Физика и предназначен для студен-
тов, обучающихся по магистерской программе 510417 Теоретическая
и математическая физика (дисциплина "Метод ренормализационной
группы в квантовой теории поля", блок ДВМ).

В лекциях излагаются основы одного из важнейших методов кван-
товой теории поля – метода ренормализационной группы, а также
его основные применения. Текст лекций подготовлен с использова-
нием издательской системы \LaTeX . Иллюстрации выполнены с по-
мощью графических пакетов *Feynmf*, *Mayura Draw* и системы ком-
пьютерной алгебры *Mathematica*.

Издание финансируется Советом по грантам Президента РФ для
поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ
РФ, грант НШ-6376.2006.2, и Российским фондом фундамен-
тальных исследований, грант № 04-02-16253.

Рис. 10. Библиогр.: 19 назв.

ISBN 5-8397-0455-5

БИБЛИОТЕКА ЯрГУ
ОСНОВНОЙ ФОНД

- © Ярославский
государственный
университет, 2006
© А. В. Кузнецов,
Д. А. Румянцев, 2006

Оглавление

Предисловие	5
1 Общий формализм	
метода ренормгруппы	7
1.1 Физическое обоснование перенормировки	7
1.2 Мультипликативная перенормировка в квантовой электродинамике	14
1.3 Универсальный формализм мультипликативной перенормировки функций Грина. Ренормализационная группа	21
1.4 Уравнения ренормгруппы и их общие решения	27
1.5 Ультрафиолетовая и инфракрасная асимптотики функций Грина	33
2 Применения метода	
ренормализационной группы	41
2.1 Испытательный полигон квантовой теории поля – модель $g\phi^4$	41
2.2 Проблема “нуль-заряда” в квантовой электродинамике	49
2.3 Асимптотическая свобода в квантовой хромодинамике	54
2.4 Бегущая масса кварка	59
2.5 Великое объединение взаимодействий	62
2.6 Модель Пати–Салама с кварк-лептонной симметрией	67

Предисловие

Настоящие лекции посвящены изложению основ метода ренормализационной группы, а также важнейших направлений его применения в квантовой теории поля. Свойство ренормализационной инвариантности, позволяющее исследовать асимптотическое поведение физических величин в ультрафиолетовой и инфракрасной областях, было обнаружено Штюкельбергом и Петерманом в 1953 г., что оказалось важным шагом в развитии квантовой электродинамики [1, 2]. Основной вклад в построение метода ренормгруппы внесли Н.Н. Боголюбов и Д.В. Ширков [3], важную роль сыграли также работы Гелл-Манна, Лоу, Судакова, Овсянникова, Ландау, Абрикосова, Халатникова, Померанчука. Подробнее об истории создания метода ренормгруппы можно прочитать, например, в обзоре [4].

Позднее ренормализационная группа явилась одним из краеугольных камней для построения квантовой хромодинамики и различных моделей Великого объединения [3, 5, 6]. Но значение метода ренормгруппы не ограничивается рамками квантовой теории поля. Его применение в теории фазовых переходов и других критических явлений [7–9], работающей во многих разделах физики, от термодинамики до теории сверхпроводимости, позволило добиться большого прогресса в этой области. Это еще один пример того, как математический аппарат, разработанный для специфических нужд квантовой теории поля, эффективно применяется, казалось бы, в далеких от нее областях физики (другие известные примеры – использование метода диаграмм Фейнмана в теории твердого тела, метода континуального интеграла в физике полимеров).

В лекциях излагается формализм ренормализационной группы в рамках наиболее простого подхода с использованием понятий эффективных зарядов, эффективных масс и дифференциальных уравнений ренормгруппы [6]. В первой части кратко излагаются основы

теории перенормировок в квантовой электродинамике, с упором на процедуру мультипликативной перенормировки. Формулируется понятие ренормализационной инвариантности, выводятся и решаются в общем виде дифференциальные уравнения ренормгруппы, приведена схема анализа ультрафиолетовой и инфракрасной асимптотик физических величин. Во второй части иллюстрируются основные применения метода ренормализационной группы в различных моделях квантовой теории поля. Найдена ультрафиолетовая асимптотика эффективных зарядов в электродинамике и псабелевой калибровочной теории, и на этой основе произведен детальный анализ таких явлений, как ситуация “нуль-заряда” в квантовой электродинамике и асимптотическая свобода в квантовой хромодинамике. Рассмотрено важное в теории сильных взаимодействий понятие бегущей массы кварка. В качестве иллюстрации приведены квантово-полевые расчеты бегущих констант связи в модели Великого объединения, основанной на группе $SU(5)$, и в модели Пати–Салама с кварк-лептонной симметрией.

Текст лекций подготовлен на основе специального лекционного курса, читаемого более 10 лет студентам, обучающимся на кафедре теоретической физики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова по магистерской программе 510417 Теоретическая и математическая физика.

При подготовке издания авторами предпринимались специальные усилия для улучшения изложения и представления материала. В тексте использованы шрифтовые выделения основных терминов и определений. Каждая глава снабжена аннотацией. Названия глав и параграфов вынесены в колонтитул каждой страницы. Имеется подробный предметный указатель.

Авторам приятно воспользоваться возможностью выразить благодарность Н.В. Михееву и А.А. Гвоздеву за внимательное чтение рукописи и ценные замечания, а также В.И. Мазо, А.А. Пашкиной и С.Ю. Фролову за помощь при подготовке издания.

Ярославль, 2006

А.В. Кузнецов, Д.А. Румянцев