

А

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Кафедра дискретного анализа

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов специальностей
Прикладная математика и информатика,
Прикладная информатика (в экономике),
Математическое обеспечение
и администрирование информационных систем

Ярославль 2006

А

УДК 519.2
ББК В 171я73-4 + В 172я73-4
В 74

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2006 года*

Рецензент

Кафедра дискретного анализа ЯрГУ им. П.Г. Демидова

Составители: Ю.В. Богомолов, А.Н. Максименко, А.Н. Морозов

Теория вероятностей и математическая статистика: сборник задач / Сост.: Ю.В. Богомолов, А.Н. Максименко, А.Н. Морозов; Ярослав. гос. ун-т. — Ярославль: ЯрГУ, 2006. — 92с.

Сборник содержит более 300 задач по темам „Случайные события“ и „Случайные величины“. На все вычислительные задачи даны ответы. Кроме того, сборник снабжен приложениями, содержащими справочный материал: таблицы значений функции плотности нормального распределения и функции Лапласа.

Сборник предназначен для студентов, обучающихся по специальностям: 010500 — Прикладная математика и информатика (бакалавриат, магистратура), 010501 — Прикладная математика и информатика, 080801 — Прикладная информатика (в экономике) и 010503

Математическое обеспечение и администрирование информационных систем (дисциплина „Теория вероятностей“, блок ЕН), очной формы обучения.

УДК 517
ББК В 171я73

© Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, 2006

© Ю.В. Богомолов, А.Н. Максименко, А.Н. Морозов, 2006

Содержание

1	Случайные события	4
1.1	Основные понятия. Классическое определение вероятности	4
1.2	Комбинаторные формулы	8
1.3	Применение комбинаторики к вычислению вероятностей	15
1.4	Геометрические вероятности	25
1.5	Условные вероятности. Независимость событий	29
1.6	Вероятности сложных событий	33
1.7	Формула полной вероятности	41
1.8	Формула Байеса	47
1.9	Повторение испытаний. Формула Бернулли	50
1.10	Приближенные формулы Пуассона и Муавра-Лапласа	54
1.11	Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности	58
2	Случайные величины	60
2.1	Законы распределения вероятностей дискр. сл. величин	60
2.2	Числовые характеристики дискретных случайных величин	64
2.3	Функция и плотность распределения вероятности сл. вел.	72
2.4	Числовые характеристики непрерывных случайных величин	76
2.5	Нормальное распределение	80
	ОТВЕТЫ	83
	Список литературы	88
	Приложения	89

1 Случайные события

1.1 Основные понятия. Классическое определение вероятности

Событие называется *случайным*, если в данном опыте оно может произойти или не произойти. Случайные события обозначаем A, B, C, \dots

Под *вероятностью события* понимается степень (мера) нашей уверенности в его наступлении, основанная на объективной оценке доли случаев его появления. Вероятность события A обозначается $P(A)$.

Достоверным называется событие Ω , которое в результате опыта непременно должно произойти.

$$P(\Omega) = 1.$$

Невозможным называется событие \emptyset , которое в результате опыта не может произойти.

$$P(\emptyset) = 0.$$

Вероятность любого события A заключена между нулем и единицей:

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Полной группой событий называется несколько событий таких, что в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них.

Несколько событий называются *несовместными*, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Несколько событий называются *равновозможными*, если по условиям симметрии опыта нет оснований считать какое-либо из них более возможным, чем любое другое.

Если несколько событий: 1) образуют полную группу; 2) несовместны; 3) равновозможны, то они называются *элементарными событиями* или *исходами*.

Элементарный исход называется *благоприятным событию*, если появление этого исхода влечет за собой появление события.

Если результаты опыта сводятся к схеме случаев, то вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = \frac{N_A}{N},$$

где N — общее число элементарных исходов,

N_A — число элементарных исходов, благоприятных событию A .

Пример 1. Из множества $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ наудачу выбрано число q , после чего составлено уравнение $x^2 + 4x + q = 0$. Какова вероятность того,