МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»**

И.Г. РУЦКОВА

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Рекомендовано Ученым советом Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов экономических и естественнонаучных специальностей

Оренбург 2003

ББК 22 .161 .1я 73
Р 92
УДК 517. 3 (075)

Рецензент
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики ГОУ ВПО ОГУ В. С. Ким

Руцкова И.Г.
Р 92 **Неопределенный интеграл: Учебное пособие. - Оренбург: ГОУ ВПО ОГУ, 2003. – 112 с.**

ISBN

Данное учебное пособие является частью учебно-методического комплекса по математическим дисциплинам, разрабатываемого автором.

Оно представляет собой лекционно-практический курс по одному из основных разделов математики «Неопределенный интеграл», который входит в программу обучения студентов всех специальностей.

Пособие содержит подробное изложение теории, большое количество примеров, иллюстрирующих применение основных аналитических методов вычисления интегралов, задания для самостоятельной работы студентов (все они снабжены ответами), варианты заданий для проведения контрольных работ и коллоквиумов, методические рекомендации для студентов и преподавателей.

Учебное пособие предназначено для студентов экономических и естественнонаучных специальностей всех форм обучения: очной, заочной, дистанционной.

Рекомендуется для учащихся и преподавателей физико-математических школ (классов), лицеев, гимназий и подготовительных курсов в вузы.

Р------------- ББК

ISBN….

Введение

Данное учебное пособие является частью учебно-методического комплекса по математике, разрабатываемого автором. Оно посвящено одному из важнейших разделов математики «Неопределенный интеграл», который входит в программу обучения студентов всех специальностей.

Необходимость написания данного пособия возникла по нескольким причинам:

- в последние годы наблюдается огромный разрыв в уровне подготовленности студентов первого курса, который усугубляется внедряемым в общеобразовательные учебные заведения (школы, лицеи, гимназии) личностно-ориентированным обучением, при котором учащиеся гуманитарных классов имеют 3 часа математики против 8-10 часов в физико-математическом классе;
- резкое сокращение числа аудиторных часов на изучение математики для студентов всех специальностей, что вынуждает часть тем выносить на самостоятельное изучение;
- отсутствие пособий для самообразования позволяющих организовать самостоятельную и индивидуальную работу со студентами (особенно, имеющими серьезные пробелы в знаниях);
- отсутствие доступного учебника по данному разделу для учащихся и преподавателей общеобразовательных и физико-математических школ (классов), лицеев, гимназий и подготовительных курсов в вузы.

Данное учебно-методическое пособие «Неопределенный интеграл» попытка автора, хотя бы частично разрешить указанные проблемы.

Учебное пособие содержит:

- изложение всех необходимых теоретических сведений (с доказательствами или ссылками на источник),
- большое количество разобранных примеров (с учётом наиболее распространённых методов интегрирования),
- задания для самостоятельной работы (самопроверки) с ответами,
- варианты заданий для организации контроля над качеством изучения: задания для проведения самостоятельных и контрольных работ, задания для проведения коллоквиумов.

Изложение материала ведётся по наиболее оптимальной (с точки зрения автора) схеме: сначала теоретические сведения, затем примеры, соответствующие этой теории, причём они рассматриваются в порядке возрастания степени сложности решения, после этого задания для самопроверки.

В результате обеспечивается логически обоснованная последовательность изучения данной темы, что позволяет повысить эффективность (скорость и качество) усвоения методов интегрирования.

В конце пособия, в разделе «Дидактические материалы для преподавателя» приводятся примерные варианты заданий для самостоятельных и контрольных работ, список теоретических вопросов и билеты для проведения коллоквиумов. Все типы заданий сопровождаются краткими методическими комментариями автора. Естественно, что количество и тип контрольных мероприятий, направленных на определение уровня усвоения данной темы, определяется для каждого потока (класса) индивидуально, в зависимости от количества часов, отводимых на изучение данной темы и целей обучения.

В отличие от авторов большинства существующих пособий по данной теме, при рассмотрении методов интегрирования по частям и интегрировании рациональных и некоторых тригонометрических функций, упор делается на метод подведения под знак дифференциала. Метод замены переменой рассматривается только иллюстративно, то есть данное пособие не содержит описание классов функций, которые можно интегрировать заменой переменных. Для этих целей можно использовать пособия /3/, /8/, указанные в списке использованных источников и другие известные классические учебники.

Цель пособия:

- помочь студентам и школьникам постичь технику интегрирования, научить ориентироваться в методах;
- облегчить работу преподавателя при организации самостоятельной и индивидуальной работы со студентами, проведении контроля над уровнем усвоения знаний.

Данное пособие окажет студентам существенную помощь при изучении последующих разделов математики таких как «Определенный интеграл», «Кратные и криволинейные интегралы», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Теория вероятностей» и других.

Учебное пособие предназначено для студентов экономических и естественнонаучных специальностей всех форм обучения: очной, заочной, дистанционной.

Рекомендуется для учащихся и преподавателей физико-математических школ (классов), лицеев, гимназий и подготовительных курсов в вузы.

ŋqdbqȺeɎ bɆ dədɆbɎɜə d ɕɔɑbɔȺ ɈqdbɎqȺè

1 Первообразная: определение и простейшие свойства

Обозначим символом X один из интервалов вида (a, b), (-∞, a), (b,+∞), (-∞, +∞); a, b$\in$ R.

Пусть функция f(x) определена на интервале X.

Определение 1. 1

Функция F(x) называется ***первообразной*** *для функции f(x) на X, если*

1) F(x) дифференцируема на X, т.е. F(x) $\in$D (X);

2) $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in X$.

Например, функции $F_1(x) = \frac{x^2}{2}$, $F_2(x) = \frac{x^2}{2} + 5$, $F_3(x) = \frac{x^2+1}{2}$ являются первообразными для функции $f(x) = x$ на (-∞, +∞), а функция $F(x) = \ln x$ является *первообразной* для функции $f(x) = \frac{1}{x}$ на (0,+∞).

Теорема 1.1

Если F(x) является первообразной для функции f(x) на X, то $\forall C \in R$ функция Ф(x)=F(x)+C - первообразная для f(x) на X.

Доказательство.

Нетрудно доказать, что функция Ф(x) удовлетворяет условиям определения 1.1. Действительно,

$$\left.\begin{array}{l} F(x) \in D(X) \\ C \in D(X) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \Phi(x) \in D(X);$$

$$\Phi'(x) = (F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x).$$

Теорема 1.2

Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ являются первообразными для f(x) на X, то $\exists\, C \in R$:

$F_1(x) - F_2(x) = C$, $\forall x \in X$.

Доказательство.

Введём новую вспомогательную функцию $\Phi(x) = F_1(x) - F_2(x)$. Заметим, что

ŋqdqɏeɎ bɆ dədɆbɎɜə d ɞɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɏè