

УДК 517.9, 531.1

Интернет-магазин

MAFFESS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии



Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований по
проекту №05-01-14076.

Якоби К. Г. Я.

Лекции по аналитической механике. — М.—Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. — 416 с.

Карл Густав Якоб Якоби (1804—1851) считается сегодня важнейшим немецким математиком первой половины XIX века после К. Ф. Гаусса и наряду с П. Г. Дирихле. Как представитель «чистой» математики он создал себе имя своим вкладом в теорию чисел и теорию эллиптической функции. Кроме того, Якоби внес существенный вклад в аналитическую механику, которую он, вслед за Эйлером, Лагранжем, Пуассоном и Гамильтоном, развивал с математической точки зрения. Данные «Лекции по аналитической механике» публикуются впервые, они документально подтверждают его взгляды на эту дисциплину, ее историю и основные задачи, делая это с как можно большей полнотой и аутентичностью. Прочитанные в зимнем семестре 1847/48 годов в Берлине, они прежде всего представляют собой ценность как его последние лекции по механике. Вильгельм Шайбнер (1826—1907) подготовил полную и тщательную стенограмму этих лекций. Текст был отредактирован Гельмутом Пульте и снабжен введением, комментариями и указателями.

ISBN 5-93972-565-1

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006

© Институт компьютерных исследований, 2006

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Предисловие редактора перевода	7
Предисловие редактора	9
Предисловие Юргена Йоста	12
Введение	17
1. К. Г. Я. Якоби и математическая физика	17
2. Предыстория, рукописи и содержание <i>«Лекций по аналитической механике»</i>	26
3. Понимание аналитической механики у Якоби и критика ее оснований	37
4. Круг слушателей и восприятие <i>«Лекций по аналитической механике»</i> : Карл Нейман как предшественник Эрнста Маха	47
Основные установки данного издания и указания читателю . . .	54
Лекции по аналитической механике	69
I. 25 октября 1847 г. Историческое введение; дифференциальные уравнения движения	69
II. Условия принуждения и принцип виртуальных скоростей в статике	74
III. Геометрическое представление прямых, плоскостей и углов	80
IV. Принцип виртуальной скорости в статике и первая попытка доказательства Лагранжа в <i>«Аналитической механике»</i>	84
V. Представление и критика первой попытки доказательства Лагранжа: стабильное и лабильное равновесие	93
VI. Представление и критика первой попытки доказательства Лагранжа: условные уравнения и неравенства	98
VII. Принцип виртуальных скоростей для условных неравенств по Фурье; лагранжева форма множителей динамических дифференциальных уравнений при условных уравнениях	103

VIII.	Метод множителей Лагранжа в статике и его применение к условным неравенствам	109
IX.	Сравнение метода множителей при условных уравнениях и неравенствах; механическое значение лагранжевых множителей	114
X.	Давление, равновесие и движение в статике	119
XI.	Переход от статики к динамике в несвободных системах	122
XII.	Свойства определителей системы линейных условных уравнений	127
XIII.	Функциональный определитель и независимость условных уравнений	134
XIV.	Функциональный определитель и элиминация	139
XV.	Критика перехода от статики к динамике по методу множителей Лагранжа	144
XVI.	Принцип виртуальных скоростей в динамике и вторая попытка доказательства Лагранжа в «Теории аналитических функций»	151
XVII.	Принцип виртуальных скоростей в изложении Пуансо; принцип наименьшего принуждения Гаусса	157
XVIII.	Рассмотрение условных неравенств в динамическом случае; принцип сохранения живой силы	163
XIX.	Принцип сохранения живой силы для свободных и несвободных систем	168
XX.	Принцип сохранения живой силы и ньютоновский закон притяжения; принцип сохранения движения центра тяжести	172
XXI.	Движение Солнечной системы и собственное движение неподвижных звезд; принцип сохранения поверхностей	179
XXII.	Принцип сохранения площадей при взаимном притяжении и при притяжении к неподвижным точкам	186
XXIII.	Три теоремы площадей для различных плоскостей координат и отношения между ними; теорема площадей Кеплера	191
XXIV.	Интегралы движения и динамические дифференциальные уравнения; принцип последнего множителя и множитель Эйлера	200
XXV.	Нахождение последнего множителя с помощью функционального определителя	208
XXVI.	Применение принципа последнего множителя к механическим задачам; принцип наименьшего действия	214

XXVII.	Принцип наименьшего действия и сохранение живой силы; формулировка принципа Эйлером и понятие действия у Лейбница	220
XXVIII.	Взаимосвязь брахистохронной и динамической задач; принцип наименьшего действия по Мопертюи	226
XXIX.	История принципа наименьшего действия от Мопертюи до Лагранжа; вывод динамических дифференциальных уравнений и значение минимума в рамках этого принципа	234
XXX.	Свойство максимума или минимума в случае геодезических линий; вывод динамических дифференциальных уравнений из принципа Гамильтона	241
XXXI.	Принцип Гамильтона и лагранжевы дифференциальные уравнения в декартовых и полярных координатах	248
XXXII.	Вывод лагранжевых дифференциальных уравнений из формы множителей для общего случая; специальные интегралы в случае существования функции потенциала	255
XXXIII.	Вывод правила площадей из лагранжевых дифференциальных уравнений; преобразование этих уравнений к гамильтонову виду в случае существования потенциальной функции	261
XXXIV.	Распространение гамильтонова вида дифференциальных уравнений Лагранжа на общий случай; принцип Гамильтона и гамильтонов вид динамических уравнений	268
XXXV.	Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения Гамильтона	273
XXXVI.	Гамильтоновы дифференциальные уравнения в частных производных и их применение к свободной механической системе	279
XXXVII.	Полное решение дифференциального уравнения в частных производных первого порядка; «правило перестановки» Эйлера	284
XXXVIII.	Упрощение уравнений в частных производных первого порядка и приложение к задаче трех тел	290
XXXIX.	Полное решение гамильтонова уравнения в частных производных и интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений Гамильтона	295
XL.	Гамильтоновы уравнения в частных производных в случае сохранения живой силы; приложение к задаче о движении в поле центральной силы в полярных координатах	301

XLI.	Интегрирование линейных уравнений в частных производных первого порядка методом Эйлера и специальных нелинейных уравнений в частных производных первого порядка методом Лагранжа	309
XLII.	Условия интегрируемости уравнений в частных производных первого порядка с тремя переменными; приложение к механике	315
XLIII.	Вывод дифференциальных уравнений общей задачи о возмущениях с помощью вариации постоянных . . .	323
XLIV.	Применение к движению комет и к задаче об устойчивости мировой системы Лагранжа и Лапласа при возмущениях первого порядка	328
XLV.	8 марта 48. О том, как учесть возмущения высшего порядка; неравенство Юпитера и Сатурна по Лапласу . .	334
XLVI.	Исследование возмущений второго порядка и их зависимости от времени	338
XLVII.	Теорема Пуассона в теории возмущений и ее общее значение как «фундаментального закона динамики» .	343
XLVIII.	Применение «фундаментального закона» к трем поверхностным условиям; связь с теорией возмущений Лагранжа и общее аналитическое предложение	350
XLIX.	За день до берлинской мартовской революции. Уравнения возмущений в форме Гамильтона и вывод теоремы Лапласа и Пуассона; возмущения несвободной системы в форме множителей Лагранжа	356
Архивы и рукописи		362
Источники иллюстраций		364
Литература		365
Именной указатель		397
Предметный указатель		401