УДК 539.3:624.04 DOI: 10.18698/2308-6033-2021-9-2108

Структурный анализ траекторий случайных процессов, сформированных в нелинейных виброзащитных системах

© А.С. Гусев[1], Л.В. Зинченко[1], С.А. Стародубцева[2]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2]Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, 111250, Россия

В задачах проектирования технических конструкций безопасность работы их элементов является основополагающим принципом. В связи с этим актуально предложенное новое решение задачи о структурном анализе траекторий негауссовских стационарных процессов, ориентированное на получение исходной информации для расчета прочностной надежности элементов конструкций, находящихся в процессе эксплуатации под воздействием случайных нагрузок. Проанализирован подход, позволяющий решить проблему учета статистической зависимости между процессами и их производными, несмотря на явную их некоррелированность. Рассмотренный подход может найти применение при проектировании виброзащиты транспортных машин, для того чтобы вычислять вероятность пробоя амортизатора, вероятность потери контакта колеса с дорогой и др. Надежность функционирования таких систем определяется как вероятность непревышения абсолютным максимумом процесса в течение определенного интервала времени заданного нормативного уровня. Представлен расчет надежности с применением структурного анализа на примере одномерной стохастической системы.

Ключевые слова: *вероятностная характеристика, случайный процесс, прочностная надежность*

Введение. Решение проблемы обеспечения надежности и долговечности элементов конструкций на стадии их проектирования связано со структурным анализом траекторий случайных процессов, в результате которого определяются характеристики циклов процессов нагружения и появляется возможность проводить расчеты на усталостную долговечность и трещиностойкость [1–5]. Все эти задачи для линейных систем в целом решены, тогда как для нелинейных систем при их решении возникают трудности, которые в данной работе в определенной степени преодолены.

Постановка задачи. Рассматривается задача о структурном анализе траекторий негауссовских случайных процессов, ориентированном на расчетное прогнозирование надежности функционирования нелинейных виброзащитных систем, которые находятся в эксплуатации под воздействием внешних случайных нагрузок. Пример такой системы с резиноподобным амортизатором хода и амортизируемой массой m показан на рис. 1.

Упругая характеристика амортизатора, приведенная на рис. 2, описывается следующими соотношениями:

ŋ̧dddayɐ bɆ deqƎbɐɘɛ d ɛɑɑɓɑɐ ɈqddɐYqɐè

$$F(v) = G\frac{v}{h - v}; \tag{1}$$

$$F(u) = G\left(1 - \frac{h}{u}\right), \tag{2}$$

где G — вес амортизируемой массы; $u(t)$ — изменение длины упругого элемента на момент времени t, $u(t) = h - v(t)$.

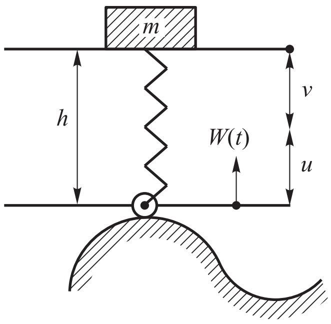
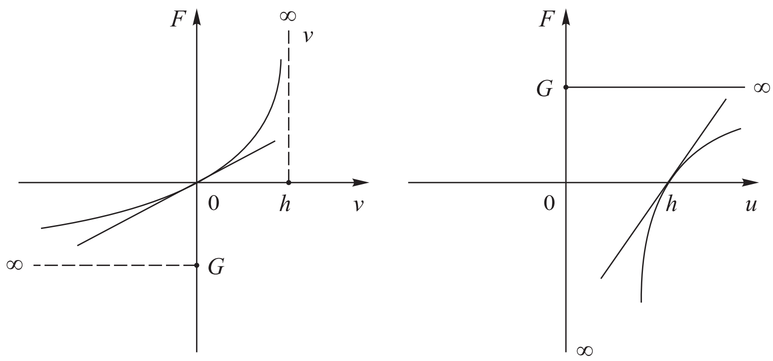


Рис. 1. Схема системы виброзащиты:
h — предельно допустимое смещение; $W(t)$ — кинематическое случайное одностороннее возмущение системы; v — смещение массы m вниз от положения статического равновесия



а *б*

Рис. 2. Упругая характеристика амортизатора, соответствующая формуле (1) — *а* и формуле (2) — *б*

В положении статического равновесия $v = 0$, $u = h$. При малом ходе амортизатора ($v \ll h$) характеристика (1) становится линейной вида $F(v) = cv$, где c — жесткость упругого элемента, $c = G/h$. При этом квадрат частоты свободных колебаний системы $\omega_0^2 = g/h$; $g = 9{,}81$ м/с^2 [6].

Структурный анализ траекторий случайных процессов. При решении поставленной задачи за неизвестную целесообразно принять функцию $u(t)$, а не $v(t)$, так как $u \in (0, \infty)$, а $v \in (-\infty, \infty)$, что при расчете предпочтительнее. Эту функцию будем искать в виде нелинейного

ђqdqАeЃ bЕ dedЕbЃэe d eэαbcэ ЭqdqЃqЭè

алгебраического α-преобразования гауссовского стационарного процесса $x(t)$ с дисперсией s_x^2, т. е. в виде

$$u(t)=\alpha\big(x(t)\big).$$

Здесь для величины x плотность распределения вероятностей

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}s_x}\exp\left(-\frac{x^2}{2s_x^2}\right), \tag{3}$$

α-преобразование примем в виде

$$\alpha=\eta\exp\left(\frac{x(t)}{h}\right), \tag{4}$$

где коэффициент η и дисперсия s_x^2 для $x(t)$ — константы, зависящие от вероятностных характеристик внешнего воздействия $f(t)$.

Из (3) и (4) следует, что среднее значение для u и его плотность вероятностей можно определить по формулам:

$$\bar{u}=h\exp\left(\frac{s_x^2}{h^2}\right);$$

$$f_u(u)=\frac{h}{\sqrt{2\pi}s_x|u|}\exp\left(-\frac{h^2}{2s_x^2}\ln^2\left(\frac{u}{\eta}\right)\right). \tag{5}$$

Из условия динамического равновесия системы следует, что дифференциальное уравнение для определения функции $u(t)$ можно представить в виде

$$\ddot{u}+2\varepsilon\dot{u}+\varphi(u)=f(t), \tag{6}$$

где ε — коэффициент демпфирования; $\varphi(u)=\dfrac{1}{m}F(u)$, $f(t)=\ddot{W}(t)$ — гауссовский стационарный процесс с заданной корреляционной функцией $K_x(\tau)$ и спектральной плотностью $S_f(\omega)$.

Применив (4) и (6), получим уравнение для определения функции $x(t)$ [7, 8]:

$$\ddot{x}+2\varepsilon\dot{x}+\omega_*^2x=\frac{1}{J}f(t),$$

где

$$\omega_*^2=\frac{g}{h}\exp\left(-\frac{s_x^2}{h^2}\right);\quad J=\exp\left(\frac{s_x^2}{h^2}\right).$$