О ЗАМѢНѢ ДИСКА РЭЛЕЯ ПРОДОЛГОВАТОЙ ПЛАСТИНКОЙ.

Н. Е. Жуковскаго.

(Сообщено въ Математическомъ Обществѣ 15 сент. 1909).

В. Д. Зерновъ*) устроилъ приборъ для опредѣленія абсолютной силы звука, въ которомъ дискъ Рэлея замѣняется продолговатою пластинкой. Въ этой замѣткѣ предлагается простая формула для опредѣленія момента гидродинамическихъ давленій стоячей звуковой волны на пластинку, перпендикулярное сѣченіе которой есть эллипсъ. Гидродинамическое давленіе невихревого теченія выражается извѣстною формулою:

$$\frac{p}{\rho}=\text{const}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\frac{V^2}{2}, \tag{1}$$

въ которой ρ плотность жидкости, V ея скорость въ данной точкѣ, а φ потенціальная функція скоростей. Примемъ для разсматриваемаго случая

$$\varphi=\psi\cdot f, \tag{2}$$

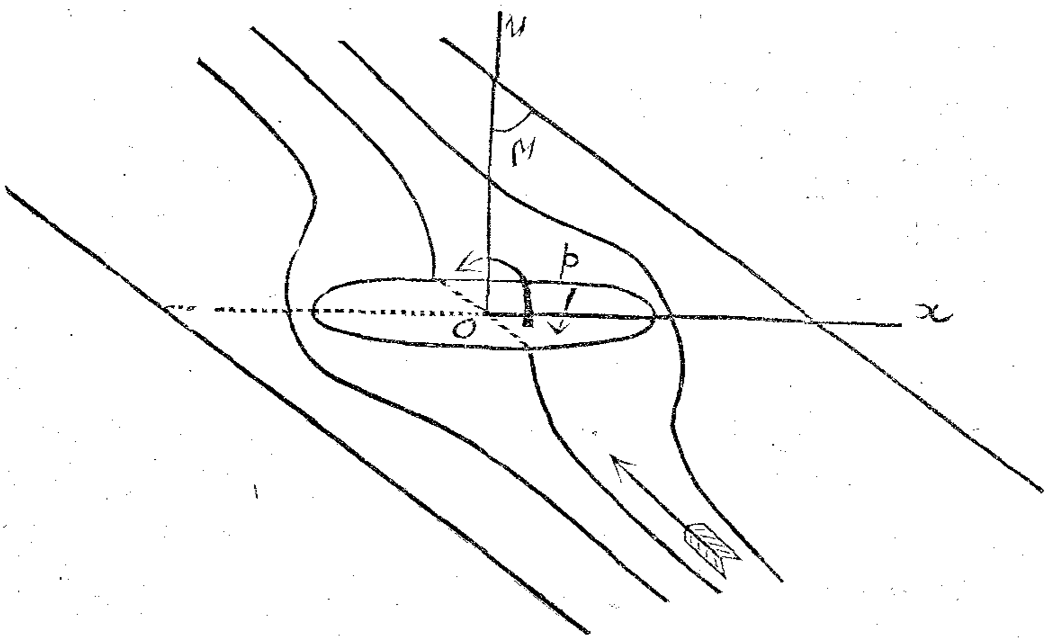
гдѣ ψ періодическая функція времени, а f функція коорди-

*) В. Д. Зерновъ. Абсолютное измѣреніе силы звука. Москва. 1909.

натъ x, y, удовлетворяющая уравненію Лапласа, дающая на поверхности пластинки $\frac{\partial f}{\partial n}=0$ и въ безконечности

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= -w\sin\mu, \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= w\cos\mu \cdot \end{aligned} \tag{3}$$

Если наибольшее значеніе періодической функціи есть единица, то w представляетъ наибольшую скорость колебательнаго движенія; что касается до угла μ, то онъ заключенъ между направленіемъ колебательнаго движенія и осью oy, какъ это изображено на фиг. (1). Чтобы удобнѣе опредѣлить функцію



Фиг. 1.

f, воспользуемся эллиптическими координатами ϑ и θ, которыя связаны съ декартовыми координатами x, y извѣстными соотношеніями:

$$\begin{aligned} x &= \alpha\cos h\vartheta\cos\theta, \\ y &= \alpha\sin h\vartheta\sin\theta, \end{aligned} \tag{4}$$

при чемъ величина α равна фокусному разстоянію эллипса, соотвѣтствующаго сѣченію пластинки. Если бы теченіе воздуха было бы направлено по xo со скоростью $w\sin\mu$, то функція f получила бы значеніе:

$$f_1 = -w\sin\mu\alpha\cosh\vartheta\cos\theta + Me^{-\vartheta}\cos\theta,$$

гдѣ постоянное M опредѣлилось бы изъ условія, что при $\vartheta = \vartheta_0$, при чемъ ϑ_0 значеніе параметра на поверхности пластинки, $\frac{\partial f_1}{\partial\vartheta}$ обращается въ нуль. Это даетъ намъ:

$$-w\sin\mu\alpha\sinh\vartheta_0 - Me^{-\vartheta_0} = 0,$$

$$M = -\alpha w\sin\mu e^{\vartheta_0}\sinh\vartheta_0.$$

Подставляя значеніе M въ выраженіе для f_1, найдемъ для точекъ, лежащихъ на поверхности пластинки,

$$f_1 = -w\alpha\sin\mu e^{\vartheta_0}\cos\theta. \tag{5}$$

Разсуждая подобнымъ же образомъ о случаѣ, въ которомъ теченіе совершается въ направленіи oy со скоростью $w\cos\mu$, найдемъ для него

$$f_2 = w\alpha\cos\mu e^{\vartheta_0}\sin\theta. \tag{6}$$

Если сложимъ f_1 и f_2, то получимъ значеніе на поверхности пластинки функціи f въ предположеніи, что направленіе теченія образуетъ съ осью oy уголъ μ. Это значеніе будетъ:

$$f = w\alpha e^{\vartheta_0}\sin(\theta - \mu). \tag{7}$$

На основаніи форм. (2) потенціальная функція скоростей для точекъ, лежащихъ на поверхности пластинки, представится въ видѣ:

$$\varphi = w\alpha\psi e^{\vartheta_0}\sin(\theta - \mu). \tag{8}$$