## Теоретические вопросы

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка в случае двух переменных. Характеристическое уравнение.
2. Канонический вид гиперболического уравнения. Приведение уравнения гиперболического типа к каноническому виду.
3. Канонический вид параболического уравнения. Приведение уравнения параболического типа к каноническому виду.
4. Канонический вид эллиптического уравнения. Приведение уравнения эллиптического типа к каноническому виду.
5. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля.
6. Функция Грина задачи Штурма-Лиувилля.
7. Постановка основных задач: задача Коши, краевые задачи, смешанные задачи. Типы граничных и начальных условий.
8. Общее понятие корректной задачи математической физики. Пример Адамара.
9. Задача Коши для одномерного уравнения колебания струны. Формула Даламбера. Физический смысл решения.
10. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Формула Дюамеля.
11. Полуограниченная струна, методы четного и нечетного продолжения, условия согласования.
12. Задача Коши для двумерного волнового уравнения. Метод спуска и формула Пуассона.
13. Задача Коши для трехмерного волнового уравнения. Формула Кирхгофа.
14. Краевая задача для однородного уравнения колебания струны с однородными граничными условиями на отрезке. Метод Фурье.
15. Задача Коши для одномерного однородного уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.
16. Краевая задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке. Метод разделения переменных.
17. Принцип максимума для однородного уравнения теплопроводности.
18. Единственность решения краевой задачи для уравнения теплопроводности.
19. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности при помощи преобразования Фурье.
20. Оператор Лапласа в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.
21. Фундаментальное решение уравнения Лапласа на плоскости и в пространстве.
22. Объемный потенциал. Свойства объемного потенциала. Формулы Грина. Представление функции в виде суммы трех потенциалов.
23. Гармонические функции. Свойства гармонических функций.



ђqdbуaеҮ bƎ dеbƎbҮзе d вcaбcу Јqdbҭqуè

24. Единственность решения задачи Дирихле в ограниченной области.

25. Условие существования решения задачи Неймана.

26. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
27. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа внутри круга.

**Теоретические упражнения**

1. Найти нестационарное распределение температуры в слое $0<x<1$, первоначально нагретом до температуры $u_0$=const, если, начиная с момента времени $t=0$,температура на границе $x=0$ и $x=l$ поддерживается равной нулю.

2. Привести уравнение $u_{xx} + yu_{yy} + 0.5u_y = 0$ к каноническому виду в области его гиперболичности.
3. Найти закон свободных колебаний закрепленной на конце $x=0$ однородной струны, если правый ее конец при $x=l$ перемещается так, что касательная к струне остается постоянно горизонтальной. В начальный момент струна находилась в положении равновесия и ей была придана начальная скорость $u_t(x,0) = sin\frac{\pi x}{l}$.
4. Внутри круга $0 \leq r < a$ найти гармоническую функцию $u(r,\varphi)$, принимающую на границе круга значения $2sin^2\varphi + sin2\varphi$.
5. Построить функцию Грина задачи Неймана для оператора $\Delta u - k^2 u$ вне круга радиуса $r$.
6. Найти решение уравнения

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + 2y\frac{\partial u}{\partial y} = u - 1,$$

удовлетворяющее начальному условию $x_0 = 1,\ y_0 = t,\ u_0 = t + 2$.

7. Доказать, что гармонические функции бесконечно дифференцируемы.

8. Показать, что любая неотрицательная функция, гармоническая во всем пространстве $R^n$, является константой.

**Задание 1**. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

1.1. $u_{xx}$ - $6u_{xy} + 9u_{yy} + 4u_x - 3u_y - 7u = 0$.

1.2. $u_{xx}$ - $2u_{xy} + 5u_{yy} + 4u_x - 6u_y = 0$.



ђqdpуеҮ bԒ dedЄbҮзе d єɑɑbɑу ɜqdpҮqуè