

УДК 004.43
ББК 32.973.26-018
Ч44

Рецензенты:

профессор, доктор физико-математических наук М.Г. Кучеренко
профессор, доктор технических наук А.Н. Поляков

Чепасов, В.И.

Ч44

Программная реализация численных методов в длинной арифметике: монография / В.И. Чепасов, С.А. Щелоков; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2017.- 141 с.
ISBN 978-5-7410-1812-5

В монографии представлены результаты научных исследований и обоснованные разработки, обеспечивающие программную реализацию численных методов в длинной арифметике. Выводы и рекомендации основываются на реальных результатах и могут быть внедрены в практике деятельности различных предприятий.

Результаты научных исследований, представленные в монографии, предназначены для учебно-методического обеспечения подготовки бакалавров, обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии по дисциплинам «Численные методы в инженерных расчетах» и «Программирование прикладных задач дискретной математики», которые входят в состав обязательных дисциплин вариативной части.

В состав монографии включен компакт-диск (CD), в котором приведены примеры конкретных приложений аналитической обработки данных в информационных системах различного назначения. На компакт-диске находятся листинги программных модулей. Листинги пронумерованы в соответствии с разделами монографии.

УДК 004.43
ББК 32.973.26-018

© Чепасов В.И.,
Щелоков С.А., 2017
© ОГУ, 2017

Содержание

Введение	12
1 Реализация вычислений в длинной арифметике на языках программирования Фортран и С++	13
1.1 Операция сложения	13
1.2 Операция вычитания	14
1.3 Операция умножения	16
1.4 Операция деления	17
1.5 Программная реализация длинной арифметики в «С++»	18
2 Алгоритмическое описание программ на языках программирования Фортран и С++	21
2.1 Подпрограмма по реализации сложения без учета знаков слагаемых	21
2.2 Подпрограмма по реализации сложения с учетом знаков слагаемых	23
2.3 Подпрограмма по реализации вычитания без учета знаков уменьшаемого и вычитаемого	23
2.4 Подпрограмма по реализации вычитания с учетом знаков уменьшаемого и вычитаемого	26
2.5 Подпрограмма по реализации умножения без учета знаков	26
2.6 Подпрограмма умножения с учетом знаков сомножителей	28
2.7 Подпрограмма по реализации деления без учета знаков	29
2.8 Подпрограмма по реализации деления с учетом знаков	31
3 Вычисления гамма-функции и гипергеометрических функций	32
3.1 Программа по вычислению гамма-функции методом трапеций в длинной арифметике	32
3.2 Программа по вычислению гамма-функции в длинной арифметике	33
на многопроцессорном комплексе с контрольными точками	33
3.3 Программа по вычислению гамма-функции в длинной арифметике на многопроцессорном комплексе	33

3.4 Программа по вычислению гамма – функции по формуле Эйлера в длинной арифметике.....	34
3.5 Программа по вычислению гамма - функции по формуле Эйлера в длинной арифметике на многопроцессорном комплексе с разделением памяти	35
3.6 Программа по вычислению гипергеометрического ряда Гаусса через интегральное представление в обычной и длинной арифметике.....	35
3.7 Программа по вычислению гипергеометрического ряда Гаусса в обычной и длинной арифметике	36
3.8 Решение гипергеометрического дифференциального уравнения в обычной и длинной арифметике	37
3.9 Вычисление гипергеометрического ряда Гаусса с общим членом $(a)_n(b)_n/(c)_n z^{n+1}/n!$	38
4 Вычисление функций Бесселя, Кельвина, Эйри	40
4.1 Программа по вычислению сферических функций Бесселя второго рода в длинной арифметике в BORLAND C++	40
4.2 Программа по вычислению функции Бесселя первого рода целого порядка в длинной арифметике в BORLAND C++	41
4.3 Программа по вычислению функции Бесселя первого рода нулевого порядка с помощью ряда в длинной арифметике в BORLAND C++	41
4.4 Программа по вычислению функции Бесселя первого рода целого порядка в длинной арифметике на кластере	42
4.5 Программа по вычислению сферических функций Бесселя первого рода в длинной арифметике в BORLAND C++	43
4.6 Программа по вычислению функции Бесселя первого рода целого порядка в обычной и длинной арифметике в BORLAND C++	43
4.7 Программа по вычислению определенного интеграла от функции Бесселя первого рода нулевого порядка в обычной и длинной арифметике	44
4.8 Программа по вычислению определенных интегралов от функций Бесселя первого рода целого порядка в обычной и длинной арифметике	45
4.9 Вычисление модифицированных сферических функций Бесселя	46

в обычной и длинной арифметике.....	46
4.10 Вычисление функций Кельвина $berx, beix$ через ряд в обычной и длинной арифметике.....	47
4.11 Программа по вычислению функций Эйри в обычной и длинной арифметике.	48
4.12 Вычисление функций Эйри через решение уравнения в обычной и длинной арифметике.....	49
4.13 Программа по вычислению интегралов от функций Эйри в обычной и длинной арифметике.....	49
5 Вычисление вырожденных гипергеометрических функций	51
5.1 Программа по вычислению значений функции Куммера в длинной арифметике в BORLAND C++.....	51
5.2 Вычисление функции Куммера как решение уравнения в длинной арифметике	52
5.3 Решение уравнения Куммера по формуле Рунге-Кутта в обычной и длинной арифметике.....	52
5.4 Решение дифференциального уравнения Уиттекера в обычной и длинной арифметике.....	53
5.5 Решение уравнения Уиттекера по формуле Милна в обычной и длинной арифметике.....	54
5.6 Вычисление функции Куммера $U(a,b,x)$ в длинной арифметике.....	55
5.7 Вычисление функций Уиттекера в длинной арифметике.....	55
6 Вычисления многочленов Бернулли, Эйлера.....	57
6.1 Вычисление многочленов Бернулли $B_{2n}(x)$ с помощью ряда Фурье	57
6.2 Вычисление многочленов Бернулли $B_{2n-1}(x)$ с помощью ряда Фурье.....	58
6.3 Вычисление многочленов Бернулли $B_n(x)$ с помощью ряда Фурье	58
6.4 Вычисление многочленов Эйлера $E_{2n}(x)$ с помощью ряда Фурье	59
6.5 Вычисление многочленов Эйлера $E_{2n-1}(x)$ с помощью ряда Фурье	60
6.6 Вычисление многочленов Эйлера $E_n(x)$ с помощью ряда Фурье	60
6.7 Программа по вычислению значений функции конуса через интеграл	61
6.8 Программа по вычислению значений функции конуса через ряд	62
6.9 Программа по вычислению значений функции тора (кольца)	62

6.10 Вычисление эллиптических функций Вейерштрасса через решение уравнения по формуле Рунге-Кутта.....	63
6.11 Вычисление эллиптических функций Вейерштрасса через решение уравнения $dy/dx=(y*y*y-3*a*y*y+3*y)**(2/3)$	64
6.12 Вычисление эллиптических функций Вейерштрасса через решение уравнения $dy/dx=((128/3)*((y+a)**2)*((y+b)**3))**(1/4)$	65
7 Вычисления функций Струве.....	66
7.1 Вычисление функции Струве через интеграл	
$H_v(x) = \frac{2*(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+1/2)} * \int_0^1 (1-t^2)^{v-\frac{1}{2}} * \sin(x*t) * dt$	
в длинной арифметике	66
7.2 Вычисление функции Струве через интеграл	
$H_v(x) = \frac{2*(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+1/2)} * \int_0^1 (1-t^2)^{v-\frac{1}{2}} * \sin(x*t) * dt$	
на многопроцессорном комплексе в длинной арифметике	67
7.3 Вычисление функции Струве через интеграл	
$H_v(x) = \frac{2(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+0.5)} * \int_0^{\pi/2} \sin(x*\cos(t)) * (\sin(t))^{2v} * dt$	
в длинной арифметике	68
7.4 Вычисление функции Струве через интеграл	
$H_v(x) = \frac{2(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+0.5)} * \int_0^{\pi/2} \sin(x*\cos(t)) * (\sin(t))^{2v} * dt$	
на многопроцессорном комплексе в длинной арифметике	69
7.5 Вычисление модифицированной функции Струве через интеграл	
$L_v(x) = \frac{2(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+0.5)} * \int_0^{\pi/2} sh(x*\cos(t)) * (\sin(t))^{2v} * dt$	
в длинной арифметике	70
7.6 Вычисление модифицированной функции Струве через интеграл	
$L_v(x) = \frac{2(x/2)^v}{\sqrt{\pi}*\Gamma(v+0.5)} * \int_0^{\pi/2} sh(x*\cos(t)) * (\sin(t))^{2v} * dt$	
на многопроцессорном комплексе в длинной арифметике	71

8 Вычисления функций распределения	72
8.1 Вычисление интеграла вероятностей	72
8.2 Вычисление кратных интегралов вероятностей	73
8.3 Вычисление функции нормального распределения	73
8.4 Вычисление функции распределения хи-квадрат.....	74
8.5 Вычисление функции F-распределения.....	75
8.6 Вычисление функции t-распределения Стьюдента.....	76
9 Вычисления функций с помощью непрерывных дробей.....	77
9.1 Программа по вычислению числа пи	77
9.2 Программа по вычислению $\arctg(z)$	78
9.3 Программа по вычислению $th(z)$	78
9.4 Программа по вычислению $arth(z)$	79
9.5 Программа по вычислению $tg(z)$	80
9.6 Программа по вычислению $tg(az)$	80
9.7 Программа по вычислению $\ln((1+z)/(1-z))$	81
9.8 Программа по вычислению $\exp(z)$ с помощью разложения в непрерывную дробь $(1/1-)(z/1+)(z/2-)(z/3+)(z/2-)(z/5+)(z/2-)$	82
9.9 Программа по вычислению $\exp(z)$ с помощью разложения в непрерывную дробь $1+(z/1-)(z/2+)(z/3-)(z/2+)(z/5-)(z/2+)(z/7-)$	82
9.10 Программа по вычислению $\arcsin(z)/(1-z^2)^{0.5}$	83
9.11 Программа по вычислению $\operatorname{arsh}(z)/(1+z^2)^{0.5}$	84
9.12 Программа по вычислению функции $P(x)$ нормального распределения	85
9.13 Программа по вычислению интеграла вероятностей	85
9.14 Программа по вычислению $\ln(1+z)$	86
9.15 Программа по вычислению $\ln(1+z)$ с помощью непрерывной дроби $(z/1+)(z/2+)(z/3+)(2^*z/2+)(2^*z/5+)..(n^*z/2+)(n^*z/(2^*n+1)+)$ в длинной арифметике	87
9.16 Программа по вычислению функции распределения хи-квадрат	87

9.17	Программа по вычислению функции $P(x)$ нормального распределения с помощью разложения $Q(x)$ в непрерывную дробь $Q(x)=1/2-Z(x)*((x/1-)(x*x/3+)(2*x*x/5-)(3*x*x/7+)(4*x*x/9-)...)$	88
9.18	Программа по вычислению интегральной показательной функции	89
9.19	Программа по вычислению неполной гамма - функции.....	90
9.20	Программа по вычислению интеграла вероятностей с помощью непрерывной дроби $(1/z-)(0.5/z-)(1/z-)(1.5/z-)(2/z-)... ..$	90
9.21	Программа по вычислению отношения функций Бесселя целого порядка с помощью непрерывной дроби $(1/((2*nu/z-)))(1/((2*(nu+1)/z-)))(1/((2*(nu+2)/z-)).....$	91
9.22	Программа по вычислению отношения функций Бесселя целого порядка с помощью непрерывной дроби $(z/(2*nu)/1-)(z*z/(4*nu*(nu+1))/1-)(z*z/(4*(nu+1)(nu+2))/1-).$	92
9.23	Программа по вычислению неполной бета – функции с помощью непрерывной дроби $I_x(a,b,)=x**a*(1-x)**b/(a*B(a,b))*((1/1+)(d1/1+)(d2/1+).)$	93
9.24	Программа по вычислению неполной бета - функции с помощью непрерывной дроби $I_x(a,b,)=x**a*(1-x)**(b-1)/(a*B(a,b))*((e1/1+)(e2/1+)(e3/1+).)$	93
9.25	Программа по вычислению $\exp(2*a*\arctg(1/z))$ с помощью разложения в непрерывную дробь в длинной арифметике	94
9.26	Программа по вычислению $\exp(z)$ с помощью разложения в непрерывную дробь $1+(z/(1-z/2+))(z*z/4*3/(1+))...(z*z/4*(4*n*n-1)/(1+)) . . .$	95
9.27	Программа по вычислению гамма - функции с помощью непрерывной дроби в длинной арифметике	96
10	Вычисления тригонометрических и гиперболических функций	97
10.1	Программа по вычислению $\cos(z)$ с помощью чисел Эйлера в обычной и длинной арифметике	97
10.2	Программа по вычислению $\operatorname{ctg}(z)$ с помощью чисел Бернулли в	98
	обычной и длинной арифметике.....	98
10.3	Программа по вычислению $\sin(z)$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике	98

10.4 Программа по вычислению $\text{tg}(z)$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике	99
10.5 Программа по вычислению $\ln(\cos(z))$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике.....	100
10.6 Программа по вычислению $\ln(\sin(z)/z)$ с помощью чисел Бернулли.....	100
в обычной и длинной арифметике	100
10.7 Программа по вычислению $\ln(\text{tg}(z)/z)$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике.....	101
10.8 Программа по вычислению $\text{ch}(z)$ с помощью чисел Эйлера в обычной и длинной арифметике	102
10.9 Программа по вычислению $\text{cth}(z)$ с помощью чисел Бернулли	102
в обычной и длинной арифметике	102
10.10 Программа по вычислению $\text{sh}(z)$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике	103
10.11 Программа по вычислению $\text{th}(z)$ с помощью чисел Бернулли в обычной и длинной арифметике	104
11 Решение обыкновенных дифференциальных уравнений для различных форм сигналов.....	105
11.1 Решение уравнения $dy/dx=\sin(a*x*x)/\exp(a*x*x)$	105
11.2 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)/\sin(a*x*x)$	106
11.3 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)*\sin(a*x*x)$	106
11.4 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)+\sin(a*x*x)$	107
11.5 Решение уравнения $dy/dx=\sin(a+x*x)/\exp(a+x*x)$	108
11.6 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)/\sin(a+x*x)$	108
11.7 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)*\sin(a+x*x)$	109
11.8 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)+\sin(a+x*x)$	110
11.9 Решение уравнения $dy/dx=\sin(a-x*x)/\exp(a-x*x)$	110
11.10 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)/\sin(a-x*x)$	111
11.11 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)*\sin(a-x*x)$	112
11.12 Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)+\sin(a-x*x)$	112

11.13	Решение уравнения $dy/dx=\sin(a/(x*x))/\exp(a/(x*x))$	113
11.14	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))/\sin(a/(x*x))$	114
11.15	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))*\sin(a/(x*x))$	114
11.16	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))+\sin(a/(x*x))$	115
11.17	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a*x*x)/\exp(a*x*x)$	116
11.18	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)/\cos(a*x*x)$	116
11.19	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)*\cos(a*x*x)$	117
11.20	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a*x*x)+\cos(a*x*x)$	118
11.21	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a+x*x)/\exp(a+x*x)$	118
11.22	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)/\cos(a+x*x)$	119
11.23	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)*\cos(a+x*x)$	120
11.24	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a+x*x)+\cos(a+x*x)$	120
11.25	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a-x*x)/\exp(a-x*x)$	121
11.26	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)/\cos(a-x*x)$	122
11.27	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)*\cos(a-x*x)$	122
11.28	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a-x*x)+\cos(a-x*x)$	123
11.29	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a/(x*x))/\exp(a/(x*x))$	124
11.30	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))/\cos(a/(x*x))$	124
11.31	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))*\cos(a/(x*x))$	125
11.32	Решение уравнения $dy/dx=\exp(a/(x*x))+\cos(a/(x*x))$	126
11.33	Решение уравнения $dy/dx=\sin(a*x*x)/\cos(a*x*x)$	126
11.34	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a*x*x)/\sin(a*x*x)$	127
11.35	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a*x*x)*\sin(a*x*x)$	128
11.36	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a*x*x)+\sin(a*x*x)$	128
11.37	Решение уравнения $dy/dx=\sin(a+x*x)/\cos(a+x*x)$	129
11.38	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a+x*x)/\sin(a+x*x)$	130
11.39	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a+x*x)*\sin(a+x*x)$	130
11.40	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a+x*x)+\sin(a+x*x)$	131
11.41	Решение уравнения $dy/dx=\sin(a-x*x)/\cos(a-x*x)$	132
11.42	Решение уравнения $dy/dx=\cos(a-x*x)/\sin(a-x*x)$	132

11.43 Решение уравнения $dy/dx = \cos(a-x*x)*\sin(a-x*x)$	133
11.44 Решение уравнения $dy/dx = \cos(a-x*x)+\sin(a-x*x)$	134
11.45 Решение уравнения $dy/dx = \sin(a/(x*x))/\cos(a/(x*x))$	134
11.46 Решение уравнения $dy/dx = \cos(a/(x*x))/\sin(a/(x*x))$	135
11.47 Решение уравнения $dy/dx = \cos(a/(x*x))*\sin(a/(x*x))$	136
11.48 Решение уравнения $dy/dx = \cos(a/(x*x))+\sin(a/(x*x))$	136
Заключение.....	138
Список использованных источников	139