

УДК 519.87(075.8)
ББК 22.18я73-1
М34

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *В.А. Каиштанов*;
канд. физ.-мат. наук, доц. *А.Ю. Голубин*;
д-р экон. наук, канд. физ.-мат. наук, проф. *А.Н. Козырев*;
д-р экон. наук, проф. *В.С. Мхитарян*;
д-р экон. наук, проф. *Ю.Н. Черемных*

Главный редактор издательства *Н.Д. Эриашвили*,
кандидат юридических наук, доктор экономических наук, профессор,
лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники

Математические методы и модели исследования операций:
М34 учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности
080116 «Математические методы в экономике» и другим эконо-
мическим специальностям / под ред. В.А. Колемаева. — М.:
ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 592 с.

И. Колемаев, Владимир Алексеевич, ред.

ISBN 978-5-238-01325-1

Агентство СІР РГБ

Представлены математические методы исследования и модели экономиче-
ских объектов и процессов, предназначенные (методы и модели) для обосно-
вания и выработки управляющих решений как в детерминированных услови-
ях, так и в условиях полной или частичной неопределенности, а также в ди-
намике. Приводятся примеры и задачи, развивающие навыки принятия
управленческих решений в экономике с применением математических методов.

Для студентов, обучающихся по специальности 080116 «Математические
методы в экономике» и другим экономическим специальностям, магистран-
тов, аспирантов и слушателей экономического послевузовского образования, а
также преподавателей.

ББК 22.18я73-1

ISBN 978-5-238-01325-1

© ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮНИТИ-ДАНА, 2008
© Оформление «ЮНИТИ-ДАНА», 2008

Оглавление

Предисловие	3
Введение	6
Раздел I. Детерминированные методы принятия решений	9
Глава 1. Введение в линейную алгебру	10
1.1. Векторы и матрицы	10
1.2. Системы линейных алгебраических уравнений	19
1.3. Линейные уравнения в экономике	39
Вопросы и задачи	49
Библиографический список	51
Глава 2. Линейное программирование	52
2.1. Линейное программирование в экономике	52
2.2. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования	62
2.3. Двойственная задача линейного программирования	79
2.4. Транспортная задача	86
2.5. Блочнo-диагональная задача	102
Вопросы и задачи	116
Библиографический список	117
Глава 3. Нелинейное программирование	118
3.1. Нелинейное программирование в экономике	118
3.2. Выпуклые функции и множества	122
3.3. Задача выпуклого программирования	128
3.4. Теоретические методы решения задач нелинейного программирования	129
3.5. Решение задачи выпуклого программирования градиентным методом	139
3.6. Применение пакетов прикладных программ для решения практических задач нелинейного программирования	141
Вопросы и задачи	148
Библиографический список	149
Глава 4. Многокритериальная оптимизация	150
4.1. Задача многокритериальной оптимизации. Многокритериальная предпочтительность решений	150
4.2. Эффективные решения многокритериальных задач. Различные виды эффективности	152
4.3. Построение Парето-эффективной границы	156
4.4. Процедуры решения многокритериальных задач	159
Вопросы и задачи	170
Библиографический список	172
Глава 5. Дискретное программирование	174
5.1. Дискретное программирование в экономике	174
5.2. Метод прямого перебора	178
5.3. Решение задачи без учета целочисленности с последующим округлением	179
5.4. Методы неявного перебора	181
5.5. Метод отсекающих плоскостей	183

5.6. Метод ветвей и границ	191
5.7. Экстремизация конечных функций с кусочно-линейными ограничениями	194
5.8. Некоторые аспекты сложности алгоритмов дискретного программирования	197
Вопросы и задачи	199
Библиографический список	200
Глава 6. Методы анализа и оптимизации динамических систем	201
6.1. Экономика как динамическая система. Динамические элементы в экономике	202
6.2. Математические методы исследования экономических систем с непрерывным временем	209
6.3. Анализ и синтез линейных динамических систем	227
6.4. Нелинейные и многосвязные динамические системы	236
6.5. Оптимальное управление динамическими системами. Принцип максимума Понтрягина и принцип оптимальности Беллмана	245
6.6. Дискретный принцип максимума и динамическое программирование	264
6.7. Динамическая задача распределения инвестиций между предприятиями	271
Вопросы и задачи	274
Библиографический список	276
Глава 7. Оптимизационные задачи теории графов	278
7.1. Графы в задачах управления экономическими системами	278
7.2. Основные понятия теории графов	280
7.3. Задача о кратчайшем пути	282
7.4. Нахождение минимального остовного дерева	285
7.5. Задача о максимальном потоке	289
Вопросы и задачи	294
Библиографический список	296
Глава 8. Календарное планирование	297
8.1. Характеристика моделей календарного планирования	297
8.2. Математические методы теории расписаний	299
8.3. Математические методы решения комплекса задач распределения производственной программы по коротким плановым периодам	341
8.4. Сетевое планирование	354
Вопросы и задачи	374
Библиографический список	377
Глава 9. Управление запасами	378
9.1. Модели управления запасами в экономике	378
9.2. Детерминированные модели управления запасами	382
9.3. Управление запасами при случайном спросе и задержке в поставках	388
9.4. Динамическая модель управления запасами	405
Вопросы и задачи	412
Библиографический список	418

Раздел II. Математические методы принятия решений в условиях неопределенности	419
Глава 10. Классическая схема принятия решений в условиях неопределенности	420
10.1. Матрицы последствий и рисков	420
10.2. Принятие решений в условиях полной неопределенности	422
10.3. Принятие решений в условиях частичной неопределенности	423
10.4. Риск как среднее квадратическое отклонение	423
10.5. Байесовский подход к принятию решений	426
10.6. Принятие решений в условиях неопределенности.	
Двойственная задача	427
Вопросы и задачи	429
Библиографический список	430
Глава 11. Некооперативные игры	431
11.1. Матричные игры	431
11.2. Отношение игроков к риску	446
11.3. Некооперативные биматричные игры	450
11.4. Непрерывные игры	454
11.5. Позиционные игры	456
Вопросы и задачи	461
Библиографический список	464
Глава 12. Кооперативные игры	466
12.1. Кооперативные обобщения некооперативных игр	466
12.2. Поведение фирм на конкурентных рынках	473
12.3. Аналитическое исследование конкуренции материального и потребительского секторов национальной экономики	486
12.4. Коалиционные игры	508
12.5. Игры в характеристической форме	515
12.6. Управление риском в матричной игре	518
Вопросы и задачи	522
Библиографический список	522
Глава 13. Введение в финансовую математику	525
13.1. Математические модели финансовых операций	526
13.2. Методы уменьшения финансового риска	531
13.3. Математическое моделирование рынка ценных бумаг	543
13.4. Биномиальная модель ценообразования акции	545
13.5. Биномиальная модель ценообразования опциона	550
13.6. Элементы актуарной математики	554
Вопросы и задачи	571
Библиографический список	572
Приложение 1. Доказательство необходимости условий теоремы Куна—Таккера	575
Приложение 2. Справочные сведения о линейных дифференциальных уравнениях и системах линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	577
Приложение 3. Принцип максимума Понтрягина	583
Библиографический список	588