

Министерство образования и науки Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

В.И. ИКРЯННИКОВ  
Э.Б. ШВАРЦ

# ПРАКТИКУМ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

## ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Утверждено редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК  
2010

УДК 517(075.8)  
И 425

Рецензенты:  
д-р физ.-мат. наук, проф. *А.Г. Пинус*;  
канд. техн. наук, доц. *В.И. Бутырин*

**Икрянников В.И.**  
И 425 Практикум по высшей математике. Интегральное исчисление функции одной переменной. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / В.И. Икрянников, Э.Б. Шварц. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2010. – 124 с.

ISBN 978-5-7782-1316-6

Это второе пособие из серии «Практикум по высшей математике». Оно состоит из двух частей: интегральное исчисление функции одной переменной и обыкновенные дифференциальные уравнения. Пособие предназначено помочь студентам самостоятельно овладеть навыками решения типовых задач по математике, необходимыми для успешной сдачи экзамена и в последующем изучения специальных дисциплин. Пособие снабжено большим количеством примеров, решение которых сопровождается подробными комментариями. Кроме этого, в начале каждой новой темы приводится краткий теоретический материал, позволяющий облегчить понимание методов решения задач. Пособие предназначено для студентов заочного отделения.

УДК 517(075.8)

ISBN 978-5-7782-1316-6

© Икрянников В.И., Шварц Э.Б. 2010  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2010

## Содержание

Предисловие .....	5
ЧАСТЬ 1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	7
1. Первообразная и неопределенный интеграл .....	7
2. Основная таблица неопределенных интегралов. Некоторые свойства неопределенных интегралов .....	8
3. Общие методы интегрирования .....	12
3.1. Метод подведения под знак дифференциала .....	12
3.2. Метод замены переменной .....	15
3.3. Метод интегрирования по частям .....	19
4. Интегрирование дробно-рациональных функций .....	25
4.1. Приведение неправильной дроби к правильной .....	25
4.2. Разложение правильной дроби на элементарные .....	26
4.3. Интегрирование дробей (примеры) .....	32
5. Интегрирование некоторых функций, содержащих иррациональные выражения .....	39
5.1. О рациональных функциях нескольких переменных .....	39
5.2. Интегралы вида $\int R\left(\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{m/n}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{p/q}\right) dx$ .....	40
6. Интегрирование тригонометрических функций .....	43
6.1. Использование тригонометрических соотношений .....	43
6.2. Интегрирование рациональных функций вида .....	45
6.3. Интегралы вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$ .....	49
7. Интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right) dx$ .....	51
8. Определенный интеграл .....	54
8.1. Основные понятия и определения .....	54
8.2. Замена переменной в определенном интеграле .....	59
8.3. Интегрирование по частям в определенном интеграле .....	62
9. Несобственные интегралы .....	64
9.1. Несобственные интегралы первого рода (несобственные интегралы по бесконечному промежутку) .....	64

9.2. Несобственные интегралы второго рода (несобственные интегралы от неограниченных функций).....	70
10. Геометрические приложения определенного интеграла .....	73
10.1. Вычисление площади плоской фигуры.....	73
10.2. Вычисление длины дуги плоской кривой .....	76
10.3. Вычисление объемов тел вращения .....	78
<b>ЧАСТЬ 2. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ</b>	
<b>УРАВНЕНИЯ .....</b>	<b>81</b>
1. Основные понятия и определения .....	81
2. Дифференциальные уравнения первого порядка .....	81
3. Некоторые методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка.....	83
3.1. Уравнение в полных дифференциалах.....	83
3.2. Уравнение с разделяющимися переменными.....	85
3.3. Однородное уравнение первого порядка .....	87
3.4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли .....	90
3.5. Рекомендации по выбору метода интегрирования дифференциального уравнения первого порядка .....	93
4. Дифференциальные уравнения высших порядков.....	95
4.1. Основные понятия и определения .....	95
4.2. Простейшие случаи дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка .....	96
4.3. Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка.....	100
4.3.1. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами .....	101
4.3.2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка .....	104
5. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.....	113
<i>Приложение. Важнейшие сведения из элементарной математики .....</i>	<i>121</i>