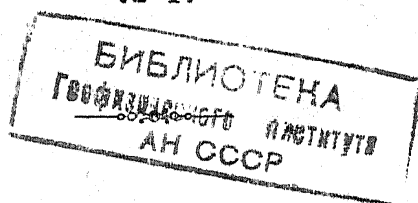


О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫРАЖЕНІЯХЪ
КВАДРАТНАГО КОРНЯ
ПЕРЕМѢННОЙ
ЧЕРЕЗЪ ПРОСТЫЯ ДРОБИ.

П. ЧЕБЫШЕВЪ.

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія 14-го марта 1889 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪ LXI-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМПЕР. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 1.



САНКТПЕТЕРБУРГЪ. 1889.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИССИОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б.

Эггерса и Комп., въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Цена 20 коп.

ПЕРЕМѢННОЙ

Цена 20 коп.

А

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, Май 1889 года.

Непремѣнный Секретарь, Академикъ *К. Веселовскій*.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
Вас. Остр., 9 лин., № 12.

А

§ 1. При вычисленіи квадратуръ не рѣдко приходится замѣ-
нять функціи, представляющія затрудненія для интегрированія,
ихъ приближенными выраженіями. Если такое затрудненіе про-
исходитъ отъ радикала второй степени, съ большою пользою
можетъ быть употреблено приближенное выраженіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

функціею вида

$$A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x},$$

которое получается при помощи первой теоремы, доказанной нами
въ Мемуарѣ, подъ заглавіемъ: *Sur les questions de minima qui
se rattachent à la représentation approximative des fonctions* *).
Когда имѣется въ виду по возможности уменьшить предѣлъ отно-
сительной погрѣшности при всѣхъ значеніяхъ x , отъ $x = 1$ до
 $x = h > 1$, наилучшее представленіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

функціею

$$A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x}$$

*) Mémoires de l'Académie Impériale. Tome VII, 1858.

будетъ то, при которомъ отношенія

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x}},$$

$$\frac{A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x}}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

наименѣе удаляются отъ 1 между $x = 1$, $x = h$. Такое представленіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

мы можемъ найти при помощи вышеупомянутой теоремы, прикладывая ее къ опредѣленію величинъ

$$A, B_1, B_2, \dots, B_n, C_1, C_2, \dots, C_n,$$

съ которыми логарифмъ отношенія

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x}}$$

или

$$\frac{A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \dots + \frac{B_n}{C_n + x}}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

наименѣе уклоняется отъ 0, когда x мѣняется отъ $x = 1$ до $x = h$. Полагая, что въ промежуткѣ $x = 1$, $x = h$ предѣльныя величины этихъ отношеній суть

$$l, \frac{1}{l} > l,$$

мы на основаніи вышеупомянутой теоремы убѣждаемся въ воз-