Академику Петру Петровичу Лазареву
с глубочайшим уважением от авторов.
12. X. 1932. (National)

CONGRES INTERNATIONAL D'ELECTRICITE PARIS 1932

3e SECTION, RAPPORT N° 14. **(U. R. S. S.)**

RECHERCHES

SUR

LA STABILITÉ STATIQUE ET LA STABILITÉ DYNAMIQUE

DES

MACHINES SYNCHRONES

Par le Prof. Dr. Nicolas KRYLOFF

et Dr. Nicolas BOGOLIUBOFF.

1. Considérons un système quelconque de n alternateurs, à pôles non saillants, branchés en parallèle.

Pour étudier la stabilité de ce système, il faut tout d'abord, par les procédés connus, simplifier les circuits compliqués composés des lignes, des transformateurs, des charges, etc., et caractériser le système ainsi simplifié par les admittances (vectorielles), $\vec{A}_{kq}$ qui seront les coefficients dans les expressions

$$\vec{i}_k = \sum_{q=1}^{n} \vec{A}_{kq} \vec{E}_q. \tag{1}$$

où i_k sont les courants circulant dans les enroulements des induits et E_q sont les forces électromotrices joubertiques.

(1) Pour le calcul effectif des coefficients A_{kq}, voir par exemple O. MUEHLEISEN. *Theory of power system stability* (*The Electric Journal*, june, 1930).

Dans tout ce qui suit, nous envisagerons seulement les systèmes où la distribution des constantes est symétrique sur les trois phases; ceci ne diminue pas la généralité de l'étude, car, si l'on est amené à envisager des systèmes non symétriques, on peut toujours les décomposer en trois systèmes symétriques.

Cela étant, étudions d'abord les couples agissant sur les rotors des alternateurs. Ces couples seront :

1° Le couple électromagnétique (synchronisant);

2° Le couple d'amortissement, qu'on pourrait appeler aussi le couple asynchrone;

3° Les couples mécaniques : l'un provenant de l'inertie des parties tournantes et l'autre, couple extérieur, exercé par le moteur.

Le couple synchronisant a pour expression

$$(2)\qquad C_k^{(syn)} = \frac{1}{\omega}\ \text{partie réelle}\ \overrightarrow{E}_k \overleftarrow{i}_k = \frac{1}{\omega}\ \text{partie réelle} \sum_{q=1}^{n} \overleftarrow{A}_{kq} \overleftarrow{E}_q \overrightarrow{E}_k,$$

où ω est la fréquence du courant dans le réseau.

Représentons maintenant les vecteurs $\overrightarrow{E}_k$ sous forme complexe en choisissant pour origine des phases la phase de la force électromotrice interne d'un alternateur fictif tournant à vide à une vitesse ω rigoureusement constante de façon que sa fréquence soit égale à la fréquence moyenne du courant dans le réseau (vitesse synchrone). Soit

$$\theta_k : p_k,$$

l'angle géométrique formé par les parties homologues des rotors (du k-ième alternateur et de l'alternateur fictif), p_k étant le nombre de paires de pôles. On a évidemment

$$\overrightarrow{E}_k = E_k e^{j\theta_k}.$$

De même on peut représenter les admittances vectorielles sous la forme

$$\overrightarrow{A}_{kq} = A_{kq} e^{j\xi'_{kq}}.$$

(1) V. Fortescue, *Transact. of the Americ. Inst. Electric. Engineers*, vol. 37.

ɳqdqyeY bɆ dsdƐbYɘ d ɛɑɑbɔy ЗqdqYqyè

Alors de la formule (2) on tire

$$C_k^{(\text{syn})} = \frac{1}{\omega} \sum_{q=1}^{n} A_{kq} E_k E_q \cos(\theta_k - \theta_q - \delta'_{kq}),$$

d'où en introduisant les angles

$$\delta_{kq} = \frac{\pi}{2} - \delta'_{kq},$$

on obtient finalement

$$C_k^{(\text{syn})} = \frac{1}{\omega} \sum_{q=1}^{n} A_{kq} E_k E_q \sin(\theta_k - \theta_q + \delta_{kq}).$$

Le couple d'amortissement (couple asynchrone) se présente sous la forme

$$(3) \qquad C_k^{(\text{asyn})} = \frac{\alpha_k g_k}{\beta_k + g_k^2 \gamma_k},$$

où α_k, β_k et γ_k sont les coefficients à déterminer expérimentalement pour le k-ième alternateur, g_k le glissement (les indices k se rapportent au k-ième alternateur). On a évidemment

$$g_k = \frac{d\varphi_k}{dt} - \frac{d\theta_k}{dt},$$

où φ_k désigne l'argument du courant :

$$\sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} \overrightarrow{A_{kq}} \overrightarrow{E_q} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \cos(\theta_q + \delta'_{kq}) + j \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \sin(\theta_q + \delta'_{kq}).$$

Par conséquent

$$(4) \qquad g_k = \frac{d\psi_k}{dt},$$

où ψ_k est l'argument de l'expression

$$\sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \cos(\theta_q - \theta_k + \delta'_{kq}) + j \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \sin(\theta_q - \theta_k + \delta'_{kq})$$

$$= \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \sin(\theta_k - \theta_q + \delta_{kq}) + j \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^{n} A_{kq} E_q \cos(\theta_k - \theta_q + \delta_{kq}),$$

ŋ̓qqdʎəʎ bɆ dəqꞒbʎ3ə d ɛɔɑbɔʎ ȝqqdʎqʎè